

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIA E MATEMÁTICA**

ELIAS RAFAEL DE SOUSA

**AS CONTRIBUIÇÕES DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV
PARA O ENSINO DE GEOMETRIA EUCLIDIANA NO CURSO DE
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

JATAÍ
2017

ELIAS RAFAEL DE SOUSA

**AS CONTRIBUIÇÕES DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV
PARA O ENSINO DE GEOMETRIA EUCLIDIANA NO CURSO DE
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação para Ciências e Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática
Linha de pesquisa: Fundamentos, Metodologias e Recursos para a Educação para Ciências e Matemática
Sublinha de pesquisa: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz

JATAÍ
2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)

Sousa, Elias Rafael de.
SOU/con As contribuições do ensino desenvolvimental de Davydov para o ensino de geometria euclidiana no curso de licenciatura em matemática [manuscrito] Elias Rafael de Sousa/. -- 2017.
124 f.; il.

Orientador: Prof. Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz.
Dissertação (Mestrado) – IFG – Campus Jataí, Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática, 2017.

Bibliografi
a.
Apêndices
.

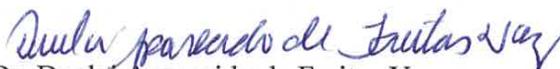
ELIAS RAFAEL DE SOUSA

**AS CONTRIBUIÇÕES DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV PARA
O ENSINO DE GEOMETRIA EUCLIDIANA NOS CURSOS DE LICENCIATURA
EM MATEMÁTICA**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação para Ciências e Matemática.

Esta dissertação foi defendida e aprovada, em 06 de dezembro de 2017, pela banca examinadora constituída pelos seguintes membros:

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Duclécio Aparecido de Freitas Vaz
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás



Profa. Dra. Elivanete Alves de Jesus
Membro interno
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás



Prof. Dr. Luciano Feliciano Lima
Membro externo
Universidade Estadual de Goiás

AGRADECIMENTOS

A Deus, por guiar meus passos e permitir mesmo sem entender, escolher os melhores caminhos.

Ao meu orientador, professor Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz, no momento em que mais precisei você esteve ao meu lado me dando todo apoio, incentivo, sem você esse sonho não seria possível. Me orgulho da sua pessoa e tenho profunda admiração e respeito. É um privilégio tê-lo como amigo.

À Dra. Elivanete Alves de Jesus obrigado pela grande amizade, paciência e sabedoria nesse momento tão importante.

Aos meus pais, Fátima e Eurípedes, pela educação que me proporcionaram, por estarem sempre ao meu lado, por muitas vezes deixarem de viver seus sonhos e sempre me apoiaram em realizar os meus me dando todo apoio.

À minha irmã e cunhado Ma. Limerce Lopes e Me. Fabiano Chagas, por me incentivar sempre a agarrar as oportunidades que bateram à minha porta, e por estar sempre torcendo por mim.

Aos membros da banca Dr. Luciano Lima e Dra. Elivanete Jesus pelas preciosas contribuições.

À Dra. Vanderleida de Freitas, Deus sempre sabe o que faz, a senhora entrou na minha vida para ficar, obrigado por estar ao meu lado, pelas viagens para Jataí, cafés e conversas frequentes.

Aos meus companheiros de estudos e viagens, Angélica Ramos da Luz e Daniel Oliveira, vocês são demais!!! Amigos para se guardar “debaixo de sete chaves, dentro do coração” (Milton Nascimento 1979).

Ao Pe. Valdinei Nascimento de Sousa, pela amizade, carinho, cuidado e acolhida durante esse processo de estudo.

Ao programa de Pós-graduação Stricto Sensu em educação para ciências e matemática Instituto Federal de Goiás - IFG Jataí, professores e coordenadores.

OS MEUS SINCEROS AGRADECIMENTOS!

RESUMO

A pesquisa apresentada tem como tema “As contribuições do ensino desenvolvimental de Davydov para o ensino de Geometria Euclidiana em um curso de licenciatura em matemática” e decorre do problema: Quais as potencialidades da teoria do ensino desenvolvimental de Davydov nos processos de ensino-aprendizagem do Teorema de Pitágoras em um curso de licenciatura em matemática? A pesquisa, de abordagem qualitativa, seguiu o método crítico-dialético, nos termos de Gamboa (2013) e Triviños (2013). Fundamenta-se teoricamente na teoria histórico-cultural dos seguintes autores: Vygotsky (1991, 1993, 2001), Davydov (1987, 1988), Libâneo (1989, 1994, 2004, 2006, 2009, 2011), Freitas (2012, 2013, 2015), e Libâneo e Freitas (2013). Os sujeitos da pesquisa foram alunos cursantes da disciplina de Geometria Euclidiana do 6º período do curso de licenciatura em matemática da Pontifícia Universidade Católica de Goiás (Goiás). Apoiando nos estudos de Davydov, buscamos alternativas metodológicas para o ensino-aprendizagem da Matemática, assim, foi planejado e aplicado um experimento didático formativo entre os meses de abril e maio de 2017. A produção de dados foi realizada diretamente no local onde ocorreu o fenômeno utilizando a aplicação de um questionário socioeconômico; uma avaliação diagnóstica no início do experimento, além de atividades impressas e gravações em áudio que catalogados foram transcritos e categorizados conforme rege a teoria do ensino desenvolvimental. Aplicamos uma atividade avaliativa no final do experimento a fim de identificar a zona de desenvolvimento real do aluno, depois que as atividades desenvolvimentais foram aplicadas. Nossa análise permite afirmar, com relação à avaliação diagnóstica e o contexto sociocultural, que os sujeitos da pesquisa são oriundos de uma escola precária, que não trabalha de forma eficiente a questão do ensino científico na área de Matemática, o que acarreta prejuízo na formação do futuro professor de matemática. Com relação ao experimento didático formativo, a análise permitiu concluir que a abordagem davydoviana, neste caso, possibilitou atividades que motiva e ao mesmo tempo forma o aluno quando este está em um trabalho orientado. Na avaliação da zona de desenvolvimento real do aluno, no fim da pesquisa, percebemos que, embora os alunos tenham participado das etapas do experimento, nem todos foram capazes de interpretar e resolver problemas proposto sobre tema apresentado, fato considerado como marca da aprendizagem, concluindo que não houve a formação do conceito em sua totalidade. Observamos que o contexto histórico e a generalização apresentada do tema não foram visto pelos alunos participantes da pesquisa no período em que cursava o ensino médio e nem durante o processo inicial de seu curso, consideramos que essa abordagem foi importante para o aluno compreender o desenvolvimento histórico e dialético do objeto. Com relação a não apropriação do conteúdo por alguns dos participantes, apontamos a necessidade de novas pesquisas a respeito, uma vez que esse grupo de escolares carece de formação de conceitos essenciais.

Palavras-chave: Investigação matemática. *Software* GeoGebra. Ensino desenvolvimental.

ABSTRACT

The research presented is themed "The contributions of the developmental teaching of Davydov for teaching Euclidean geometry in a degree course in mathematics" and stems from the problem: what is the potential of the developmental teaching theory of Davydov in the teaching-learning processes of the Pythagorean theorem in a degree course in mathematics? The research, applying a qualitative approach, followed the dialectic-critical method, as suggested by Gamboa (2013) and Triviños (2013) and based on the cultural-historical theory of the following authors: Vygotsky (1991, 1993, 2001), Davydov (1987, 1988), Libâneo (1989, 1994, 2004, 2006, 2009, 2011), Freitas (2012, 2013, 2015), and Libâneo and Freitas (2013). The participants of the research were students from the 6th period of course degree in mathematics at the Pontifícia Universidade Católica de Goiás (Goiás) studying Euclidean geometry. Using the studies of Davydov, the research seeks alternative methodologies to teaching-learning of mathematics, therefore, a didactic training experiment was planned and applied between the months of April and May 2017. The data were collected using a socio-economic survey; a diagnostic evaluation at the beginning of the experiment, in addition to printed activities and audio recordings that were catalogued, transcribed and categorized according with the developmental teaching theory. An evaluative activity was applied at the end of the experiment in order to identify the student's zone of actual development, after the developmental activities were applied. The analysis identifies that, regarding the diagnostic evaluation and the sociocultural context, the participants of the research have received a precarious education from a school that is not efficient at scientific education in the area of mathematics, carrying potential damage on the formation of the future mathematics teacher. Regarding the formative didactic experiment, the analysis concluded that the Davydovian approach, in this case, promoted activities that motivate and at the same time shape the student when he/she is directed by the teacher. The evaluation of the zone of actual development of the student, at the end of the survey, concluded that, although all the students took part of all the stages of the experiment, not all were able to interpret and solve the proposed problems about the theme presented, a fact regarded as signs of learning, concluding that there was no concept formation in its entirety. The observation is that the historical context and the generalization presented in the topic were not presented to the students participating in the survey in the period they were in high school, neither during the initial process of their course, it is considered that this approach was important to the student in order to understand the dialectical and historical development of the object. Regarding to non-appropriation of the content by some of the participants, this point out the need for further research, since the students lack understanding of essential concepts.

Keywords: Mathematical Research. Geogebra Software. Developmental Education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Teorema de Pitágoras para o triângulo equilátero	61
Figura 2 – Teorema de Pitágoras para o triângulo equilátero	62
Figura 3 – Primeira questão da avaliação diagnóstica	66
Figura 4 – Segunda questão da avaliação diagnóstica	67
Figura 5 – Segunda questão da avaliação diagnóstica	68
Figura 6 – Segunda questão da avaliação diagnóstica	68
Figura 7 – Quarta questão da avaliação diagnóstica	69
Figura 8 – Resolução do problema motivador	75
Figura 9 – Resolução do problema motivador	76
Figura 10 – Resolução do problema motivador	76
Figura 11 – Diagrama de Chóu-Peï	79
Figura 12 - Teorema de Pitágoras	80
Figura 13 – Ilustração do triângulo 3, 4 e 5 utilizando cordas de 12 nós	81
Figura 14 – Tábula Plimpton 322	81
Figura 15 – Construção da demonstração	84
Figura 16 – Construção da demonstração	85
Figura 17 – Polígono Regular de 3 lados	87
Figura 18 – Polígono regular de 3 lados	88
Figura 19 – Janela algébrica / Janela gráfica	88
Figura 20 – Polígono Regular de 6 lados	90
Figura 21 – Representação de um polígono regular de n lados	91
Figura 22 – Ilustra a resposta do aluno	92
Figura 23 – Resposta da avaliação final	94
Figura 24 – Resposta da avaliação final	95

Figura 25 – Resposta da avaliação final 95

Figura 26 – Semicírculo inscrito sobre os lados de um triângulo retângulo 97

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
1 VYGOTSKY E A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL.....	17
1.1 As principais ideias de Vygotsky.....	18
1.1.1 <i>Diferentemente do comportamento humano, todo comportamento animal conserva sua ligação com os motivos biológicos.....</i>	19
1.1.2 <i>Diferente gesto do comportamento animal, o comportamento humano não é forçosamente determinado por estímulos imediatamente perceptíveis ou pela experiência passada</i>	20
1.1.3 <i>As diferenças das fontes de comportamento do homem e do animal</i>	20
1.2 O desenvolvimento infantil na perspectiva sócio-histórica	21
1.2.1 <i>Relação entre pensamento e linguagem</i>	23
1.2.2 <i>Interação entre aprendizado e desenvolvimento: a zona de desenvolvimento proximal</i>	25
1.3 A abordagem sociointeracionista de Vygotsky.....	27
1.3.1 <i>O materialismo histórico dialético</i>	28
1.4 A teoria do ensino desenvolvimental de Davydov	30
1.4.1 <i>O pensamento teórico</i>	33
1.5 Os principais marcos teóricos do ensino desenvolvimental de Davydov	35
1.5.1 <i>A aprendizagem percorre o caminho do interpessoal para o intrapessoal.....</i>	35
1.5.2 <i>O papel da escola: ensinar conceitos científicos.....</i>	37
1.5.3 <i>A atividade como definidora do desenvolvimento cognitivo</i>	38
1.5.4 <i>O método deriva do conteúdo</i>	39
1.5.5 <i>A aprendizagem faz o movimento do abstrato (geral) para o concreto (particular)</i>	41
1.5.6 <i>O objetivo da atividade é apresentar o núcleo do objeto</i>	43
1.5.7 <i>O movimento lógico histórico do objeto</i>	44
1.5.8 <i>O contexto cultural, social e psicológico o aluno.....</i>	45
1.5.9 <i>O desejo e a motivação na estrutura das atividades</i>	46
2 EXPERIMENTO DIDÁTICO FORMATIVO NA VISÃO SÓCIO-HISTÓRICO.....	48
2.1 As principais características do experimento didático formativo	51
2.2 A atividade de estudo e o ensino desenvolvimental	52
3 UM EXPERIMENTO DIDÁTICO FORMATIVO PARA O TEOREMA DE PITÁGORAS	55
3.1 Experimento didático formativo	57
3.1.1 <i>Primeiro encontro com o grupo focal.....</i>	57
3.2 Análise dos resultados à luz da teoria desenvolvimental.....	64
3.2.1 <i>Análise social e cultural dos sujeitos da pesquisa.....</i>	64

3.2.2 Avaliação diagnóstica.....	66
3.2.4 Análise do problema motivador.....	74
3.4 Aplicação da avaliação final.....	93
3.5 Último encontro com o os licenciandos.....	96
CONSIDERAÇÕES FINAIS	100
REFERÊNCIAS.....	103
APÊNDICES	107
APÊNDICE A – Autorização de uso de dados.....	108
APÊNDICE B – Questionário para os participantes da pesquisa.....	109
APÊNDICE C – Avaliação diagnóstica.....	113
APÊNDICE D – Exercício individual	115
APÊNDICE E – Demonstração do Teorema de Pitágoras	116
APÊNDICE F – Produto educacional.....	118

INTRODUÇÃO

Sou licenciado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Goiás (PUC Goiás). Estudei em escola pública durante o ensino fundamental e médio, e devido à baixa qualidade desse ensino meu nível de conhecimento matemático, para a graduação, não era o suficiente para acompanhar o raciocínio dos professores, de modo que encontrei dificuldades nas aulas oferecidas da graduação.

Saldaña (2017) relata que: “Quase a metade dos professores do ensino médio do País dá aulas de disciplinas para as quais não tem formação. E que dos 494 mil docentes que trabalham no ensino médio, 228 mil (46,3%) atual em pelo menos uma disciplina para a qual não têm formação”. A importância da formação do professor no ensino da disciplina na qual ele está habilitado é o conhecimento de algumas particularidades que apenas esse licenciado adquiriu em sua formação, com isso os professores não habilitados chegam em sala de aula com algumas lacunas que podem impedir uma transmissão de conhecimento mais aprofundado aos estudantes.

O perfil dos alunos que ingressam nos cursos técnicos ou superiores não tem mudado nos últimos anos. Resultados das avaliações externas como, por exemplo, o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa),¹ indicam que a Matemática no Brasil tem sido considerada uma das disciplinas curriculares mais fragilizada, com relação a seu ensino, mostrando baixíssimo rendimento pela maioria dos alunos do Ensino Fundamental, do Ensino Médio e também do Ensino Superior, além de uma correlação dessa fragilidade com leitura e ciências.

Observando particularmente o Ensino Superior, público ou privado, a dificuldade de aprendizagem apresentada por muitos estudantes de graduação de cursos que envolvem a Matemática é crescente, o que pode ser resultado de um déficit na formação inicial do aluno.

Libâneo (2011) parte em defesa de uma educação básica de qualidade e afirma que a questão é muito discutida em documentos oficiais, literatura científica e acadêmica, mas ao mesmo tempo mostra a existência de um distanciamento grande entre uma educação científica, cultural, ética e política oferecidas pelas nossas escolas e a educação ideal.

Outras pesquisas relacionadas à educação no Brasil relatam dados alarmantes, segundo o Indicador de Alfabetismo Funcional (Inaf) divulgado pelo Instituto Paulo

¹ Disponível em:

<http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015_completo_final_baixa.pdf>. Acesso em: 27 nov. 2017.

Montenegro (IMP, 2012), entre os estudantes do ensino superior 38% não dominam habilidades básicas de leitura e escrita.

O percentual da população alfabetizada funcionalmente foi de 61% em 2001 para 73% em 2011, mas apenas um em cada 4 brasileiros domina plenamente as habilidades de leitura, escrita e matemática. Somente 62% das pessoas com ensino superior e 35% das pessoas com ensino médio completo são classificadas como plenamente alfabetizadas. (IMP, 2012, p. 1).

Segundo a teoria davydoviana, a aprendizagem científica é o principal objetivo da escola, em todos os níveis, cuja função é proporcionar a assimilação das formas de consciência social mais desenvolvida (PERES; FREITAS, 2014), os dados anteriores mostram claramente que não temos atingido esse objetivo científico do ensino.

Ainda, para confirmar isso, uma pesquisa realizada pelo movimento Todos pela Educação (2017) constatou que o aprendizado dos alunos do ensino médio não cumpriu as metas determinadas. A expectativa era que a taxa de jovens com desempenho adequado em Matemática passasse de 11% para 20%, mas recuou para 10,3%. Observando esses dados, podemos afirmar que o desempenho dos nossos estudantes, em todos os níveis, está muito debilitado.

A baixa qualidade do ensino de Matemática nas escolas está centralizada na formação incipiente dos professores para o ensino da disciplina, considerando os números de professores formados inadequadamente, de profissionais sem diploma do ensino superior que estão lecionando em escolas do ensino fundamental e médio em diferentes regiões do país e professores oriundo de outras áreas do conhecimento.

Segundo Paulo Freire (1991, p. 58):

Ninguém começa a ser professor numa certa terça-feira, às quatro horas da tarde. Ninguém nasce educador ou marcado para ser educador. A gente se faz educador, a gente se forma como educador, permanentemente, na prática e na reflexão sobre a prática.

A valorização dos professores, tais como: salário atraente, bons planos de carreira, formação inicial, continuada e boas condições de trabalho, é o início para alcançarmos resultados educacionais satisfatórios.

Observando esses índices negativos da educação brasileira, vislumbramos a necessidade de desenvolver esta pesquisa com os professores de matemática em formação inicial, estudantes do curso de licenciatura da PUC Goiás, período noturno. Consideramos essa uma possibilidade para a produção de conhecimento matemático com a finalidade de investigar

as potencialidades do experimento didático formativo, segundo a linha teórica de Davydov sobre o ensino-aprendizagem da Geometria Euclidiana. Escolhemos o Teorema de Pitágoras para realização das experiências, por ser este um conteúdo essencial da Matemática e importante para o escolar em formação, no sentido de ser um resultado aplicado em várias áreas de conhecimento, além de um desdobramento interessante na própria Matemática. O objetivo é integrar o ensino desenvolvimental de Davydov e as tecnologias no ensino da Matemática para iniciar uma investigação científica, no intuito de sugerir um caminho para que os professores possam refletir sobre a questão.

A pesquisa se balizará na abordagem qualitativa, de acordo com Chizzotti (2003). Para esse autor uma pesquisa qualitativa:

[...] tende para o estudo de questões delimitadas, locais, apreendendo os sujeitos no ambiente natural em que vivem nas suas interações interpessoais e sociais, nas quais tecem os significados e constroem a realidade. Assim, a abordagem permite análises contextualizadas dos fenômenos da realidade social, do conhecimento e do ser humano em sua totalidade. (CHIZZOTTI, 2003, p. 229-230).

O método a ser utilizado terá o enfoque crítico-dialético, que trata de apreender o fenômeno em seu trajeto histórico e em suas inter-relações com outros fenômenos. Busca compreender os processos de transformação, suas contradições e suas potencialidades. Para esse enfoque, o homem conhece para transformar, e o conhecimento tem sentido quando revela as alienações, as opressões e as misérias da atual fase de desenvolvimento da humanidade; questiona criticamente os determinantes econômicos, sociais e históricos e a potencialidade da ação transformadora. “O conhecimento crítico do mundo e da sociedade e a compreensão de sua dinâmica transformadora propiciam ações (práxis) emancipadoras (GAMBOA, 2013, p. 75)”. Triviños (2013, p. 112) relata que “os estudos descritivos exigem do investigador, para que a pesquisa tenha certo grau de validade científica, uma precisa delimitação de técnicas, métodos, modelos e teorias que orientarão a coleta e interpretação dos dados”.

Nesse sentido, a presente pesquisa baseou-se no materialismo histórico-dialético com a finalidade de investigar as práticas dos professores em formação iniciada ao desenvolver as atividades propostas, por compreendermos que tal método objetiva um maior conhecimento sobre a ocorrência do objeto estudado e, apresenta um estudo de caso que segundo Fiorentino e Lorenzato (2012, p. 10),

não significa apenas uma pessoa, grupo de pessoas ou uma escola. Pode ser qualquer sistema delimitado que apresente algumas características singulares e que façam por merecer um investimento investigativo especial por parte do pesquisador. Neste sentido, o caso pode ser uma instituição, um programa, uma comunidade, uma associação, uma experiência, um grupo de professores de uma escola, uma classe de alunos ou até mesmo um aluno diferente dos demais que apresente características peculiares.

Tem como objetivo geral avaliar a potencialidade de atividades fundamentada no ensino desenvolvimental de Davydov nos processos de ensino- aprendizagem de matemática, em curso de licenciatura em matemática, quando estas são integradas com tecnologias, especificamente, a investigação matemática com o GeoGebra.

Para tanto, destacamos os seguintes objetivos específicos para nossa pesquisa: fundamentar teoricamente a compreensão sobre a teoria do ensino desenvolvimental de Davydov e suas potencialidades no ensino de matemática elementar, articulando a teoria do ensino desenvolvimental; fazer um levantamento do perfil sócio cultural do aluno com o intuito de conhecê-lo cognitivamente, socialmente e economicamente a fim de planejar as ações de ensino-aprendizagem; levantar o conhecimento prévio da turma sobre conceitos de matemática elementar, através de questionário para elaboração das atividades; elaborar a atividades fundamentada na teoria do ensino desenvolvimental de forma a considerar os conhecimentos prévios da turma e problematizações de situações de sua vida cotidiana, de forma que possa levar os estudantes à: descrever, explicar e generalizar; aplicar as atividades planejadas, numa turma de 6º período na disciplina de Geometria Euclidiana no curso de licenciatura em matemática da PUC Goiás; analisar os resultados da metodologia aplicada, buscando otimizar as práticas investigativas e analisar o desenvolvimento dos alunos através das atividades elaboradas envolvendo a teoria do ensino desenvolvimental.

Para atingir estes objetivos, dividimos o trabalho do modo a seguir. No primeiro capítulo apresentamos a teoria histórico-cultural de L. S. Vygotsky. Abordaremos suas principais ideias baseando-nos em Rego (1995). Discutiremos a diferença entre o psiquismo dos animais e do homem, diferentemente do comportamento humano; o desenvolvimento infantil na perspectiva sócio-histórico; a relação entre pensamento e linguagem; interação entre aprendizado e desenvolvimento: a zona de desenvolvimento proximal; o materialismo histórico dialético. Abordaremos a teoria do ensino desenvolvimental de Davydov, fazendo uma breve história e seus pontos principais, tais como: pensamento teórico, o movimento da apropriação do conhecimento do interpessoal para o intrapessoal; a importância da atividade para o desenvolvimento humano; a escolha da metodologia; o movimento do abstrato (geral)

para o concreto (particular); a importância da atividade para e atingir o núcleo do objeto; o movimento lógico e histórico objeto para situar o contexto e a gênese do objeto; a importância do contexto cultural, social e psicológico; o desejo e a motivação na estrutura das atividades.

No Capítulo II abordaremos o experimento didático formativo na visão sócio-histórico, principalmente a concebida por Davydov, onde apresentamos um pouco do seu contexto histórico e a importância desse método para o ensino-aprendizagem. Destacaremos as principais características do experimento didático-formativo e para finalizar esse capítulo abordaremos a atividade de estudo no ensino desenvolvimental,

No capítulo III apresentaremos o experimento didático formativo para o teorema de Pitágoras, destacando as principais características do experimento e a atividade de estudo no ensino desenvolvimental. Começando com o movimento lógico e histórico do objeto, a saber o Teorema de Pitágoras, sendo necessário transitar um pouco sobre a matemática chinesa, a matemática egípcia, babilônia e o berço da matemática demonstrativa, onde encontramos vestígios deste resultado. Abordaremos algumas demonstrações como a demonstração que acreditamos ser a de Pitágoras. Discutimos ainda nesse capítulo a importância do Teorema de Pitágoras.

Ao final destacaremos as etapas da aplicação do experimento didático formativo e análise dos dados. Apresentamos os relatos dos encontros com o grupo focal participante da pesquisa, mostrando os resultados da análise dos resultados do questionário socioeconômico, avaliação diagnóstica, análise do problema motivador, histórico do conteúdo abordado, análise do encontro no qual abordamos algumas demonstrações do Teorema de Pitágoras apresentadas aos alunos, tais como a conhecida como Presidente Garfield e a que acreditamos ser a de Pitágoras. Faremos também a análise do ponto fundamental da pesquisa, a saber, a generalização do Teorema de Pitágoras para figuras regulares de n lados. Por fim, analisamos um exercício aplicado aos alunos participantes da pesquisa com a finalidade de observar a compreensão do conteúdo estudado e diagnosticar nosso trabalho e a proposta investigativa.

Um esclarecimento ainda se faz necessário nesta introdução. A teoria histórico-cultural em sua essência investiga a gênese do pensamento humano, como este se forma. Assim, o sujeito investigado inicialmente foi a criança, pois, para Vygotsky, é nela que encontraremos formas de apropriação do conhecimento em seu estágio inicial, em seu estágio embrionário. Por isso mesmo Vygotsky e seus seguidores referenciam em seus trabalhos principalmente as crianças. Entretanto conceitos da teoria histórico-cultural são utilizados por diversos pesquisadores como cita, por exemplo, Chaiklin (2011), sobre o importante conceito de zona de desenvolvimento proximal de Vygotsky:

O termo zona de desenvolvimento próximo é provavelmente uma das mais amplamente conhecidas e difundidas ideias associadas à produção científica de Vigotski. Esse termo agora aparece na maioria dos manuais de psicologia do desenvolvimento e da educação, bem como em muitos livros de psicologia geral. No âmbito da pesquisa educacional, o conceito é agora largamente utilizado (ou citado) em estudos sobre ensino e aprendizagem em muitas áreas do conhecimento, entre elas, leitura, escrita, matemática, ciências, aprendizagem de uma segunda língua (e.g. Dunn & Lantoff, 1998; Lantolf & Pavlenko, 1995), educação moral (e.g. Tappan, 1998) e ensino do violino (Gholson, 1998); com diferentes populações de alunos, incluindo as assim chamadas crianças em situação de vulnerabilidade, com dificuldades de aprendizagem, portadoras de deficiência intelectual e com altas habilidades; com crianças pré-escolares (e.g. Smith, 1993) e com adultos (e.g. Kilgore, 1999); sobre tecnologias da informação e comunicação mediada por computador (e.g. Hung, 2001); sobre o uso de bibliotecas por crianças (McKechnie, 1997); em discussões sobre a formação de professores (e.g. Jones, Rua & Carter, 1998; Torres, 1996) e sobre formação de profissionais de enfermagem (e.g. Spouse, 1998). O conceito também foi pinçado e utilizado de forma séria e substantiva em outras disciplinas acadêmicas e áreas profissionais, como a enfermagem (e.g. Holaday, LaMontagne & Marciel, 1994), a psicanálise (e.g. Wilson & Weinstein, 1996), psicoterapia (e.g. Leiman & Stiles, 2001) e terapia ocupacional (e.g. Exner, 1990; Lyons, 1984). (CHAIKLIN, 2011, p. 660).

A citação confirma nossas expectativas que sempre, em diversas fases de nosso desenvolvimento, precisaremos de pessoas com amplo conhecimento para nos conduzir a conhecimentos mais profundos do ponto de vista científico, fato visível quando, por algum motivo, decidimos recomeçar e mudar de área de conhecimento. Mostra também que o conceito foi utilizado em campos de conhecimentos diversos, por se tratar de uma teoria geral, aplicável em toda parte onde há ensino-aprendizagem.

Também encontramos em Yrjö Engeström (apud Lingnet, 2014) uma nova possibilidade de pesquisa, pela transformação da teoria de histórico-cultural:

Pesquisador finlandês responsável pela difusão das ideias de Vygotsky e Leontiev em contextos institucionais além do escolar. Sua importância está na valorização do papel da comunidade no processo de desenvolvimento. Engeström realizou uma análise das duas gerações da Teoria da Atividade a primeira de Vygotsky e a segunda de Leontiev, destacou suas relativas contribuições e limitações e apresentou sua proposta de uma terceira geração, para a qual importa observar relações entre sistemas de atividade que interagem entre si e evidenciam contradições entre os pontos de vista e as vozes que os caracterizam e que, por isso, os põem em confronto, gerando oportunidades de transformação. Embora baseado em Vygotsky, o pensamento de Engeström é original porque contém uma nova concepção de atividade, um novo entendimento de sua estrutura e é explorado para resolver novos problemas. E esses novos problemas ou novas questões, sob a ótica da pesquisa podem ser facilmente encontrados no mundo contemporâneo, no

qual as atividades humanas podem existir simultaneamente no mundo físico e, mediadas por novas tecnologias de informação e de comunicação.

No Brasil podemos citar alguns trabalhos que aplicam a teoria histórico-cultural para investigar pessoas de diferentes idades. Bessa (2015), por exemplo, utiliza a teoria histórico-cultural para investigar os conceitos de perímetro e de área de figuras euclidianas em um curso de pedagogia.

Souza (2015) aplica a teoria sócio-histórico para investigar a formação do conceito de função com estudantes adolescentes de um curso técnico do IFG.

Rezende (2016) aplica a teoria desenvolvimental para investigar a apropriação do teorema de Tales propondo um experimento didático formativo utilizando-se de *softwares* pedagógico, um trabalho desenvolvido com adolescentes, na faixa etária de 14 a 17 anos.

Assim, supomos que justificamos brevemente a coerência de utilizar essa teoria numa investigação científica com adultos em um curso de formação de professores de Matemática, pois é um fato legitimado pela pesquisa acadêmica.

1 VYGOTSKY E A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL

Levi Semenovick Vygotsky nasceu em 17 de novembro de 1896 em Orsha, uma cidade provinciana da Bielo-Rússia. Sua família de origem judaica propiciava um ambiente bastante desafiador, em termos intelectuais e estável no que diz respeito ao aspecto econômico. Seu pai era uma pessoa culta, bancário trabalhava para uma companhia de seguros. Sua mãe, apesar de ter dedicado grande parte da sua vida a criação dos filhos, era professora formada. Vygotsky cresceu e viveu por um longo período em Gomel, Bielo-Rússia, na companhia de seus pais e de seus sete irmãos. Casou-se aos 28 anos, com Roza Smekhova, com quem teve duas filhas. Faleceu em Moscou, em 11 de junho de 1934, vítima de tuberculose, doença com que conviveu durante quatorze anos (REGO, 1995, p. 20).

Até 15 anos, a educação de Vygostky foi acompanhada por professores particulares em sua própria residência. Desde criança apresentou facilidade para os estudos. Segundo Rego (1995, p. 20), “gostava de literatura e assuntos relacionados às artes em geral. Frequentava a biblioteca que tinha em sua casa e a biblioteca pública, estudava sozinho e com seus amigos”.

Sua curiosidade por diferentes campos do conhecimento como direito, história, filosofia, psicologia entre outros provavelmente ocorreu pelo acesso a variadas informações que tinha no seu âmbito familiar. Em um colégio privado em Gomel, aos 17 anos, completou o curso secundário, quando recebeu medalha de ouro pelo o seu bom desempenho. cursou Direito e Literatura na Universidade de Moscou nos anos de 1914 a 1917. Uma curiosidade sobre a vida acadêmica de Vygotsky é que no período em que cursava a Universidade de Moscou, também participava, na Universidade Popular de Shayavski, de cursos de História e Filosofia (não recebeu, no entanto, nenhum título acadêmico por essa atividade) (REGO, 1995, p.21).

Vygotsky estudou alemão, latim, hebraico, francês e inglês e, que anos mais tarde devido ao progressivo interesse em compreender a evolução do psicológico humano, em particular, os desequilíbrios físicos e mentais, Vygostsky a cursar Medicina na Universidade em Moscou e depois em Kharkov.

Com 21 anos Vygostky iniciou sua carreira em literatura e psicologia após a Revolução Russa de 1917. Na cidade de Gomel entre o período de 1917 a 1923, Vygotsky além de escrever críticas literárias, lecionou e apresentou palestras com temas ligado a literatura, ciência e psicologia em várias instituições. Nessa mesma época apresentava grande preocupação com as questões ligadas à pedagogia. Seu interesse pela psicologia acadêmica surgiu a partir do contato com a formação de professores e crianças com dificuldades de

aprendizagem. O que o levou a estudar alternativas nas quais pudessem ajudar o desenvolvimento dessas crianças.

1.1 As principais ideias de Vygotsky

A primeira abordagem realizada pelo autor é a relação indivíduo e sociedade. Segundo Vygotsky as particularidades humanas não estão presentes no momento de seu nascimento. Essas relações são resultado de uma interação dialética do homem com o seu meio. Sendo assim Vygotsky acreditava que “ao mesmo tempo em que o ser humano transforma o seu meio para atender suas necessidades básicas, transforma-se a si mesmo” (REGO, 1995 p. 41).

Segundo Luria (1992 apud REGO, 1995, p. 41):

Em outras palavras, quando o homem modifica o ambiente através de seu próprio comportamento, essa mesma modificação vai influenciar seu comportamento futuro. Notamos, neste princípio, a integração dos aspectos biológicos e sociais do indivíduo: “as funções psicológicas superiores do ser humano surgem da interação dos fatores biológicos que são parte da constituição física do Homo sapiens, com os fatores culturais, que evoluíram através das dezenas de milhares de anos da história humana”.

A segunda ideia construída pelo autor é decorrente da primeira, que relaciona a origem cultural de suas funções psíquicas. As funções psicológicas humanas desenvolveram-se nas relações entre o indivíduo, o contexto cultural e social. Assim, o desenvolvimento mental humano não é passivo e tem fortes influências do desenvolvimento histórico e das formas sociais da vida humana. Através da cultura o indivíduo constrói sua natureza, partindo desse ponto as características psicológicas ocorrem a partir das experiências históricas e culturais vividas.

A terceira ideia busca à base biológica do funcionamento psicológico. O principal órgão responsável para o desenvolvimento das atividades mentais é o cérebro. Ele é a essência das atividades psíquicas que cada sujeito carrega no seu nascimento.

O cérebro é entendido como um “sistema aberto, de grande plasticidade, cuja estrutura e modos de funcionamento são moldados ao longo da história da espécie e do desenvolvimento individual. [...] o cérebro pode servir a novas funções, criadas na história do homem, sem que sejam necessárias transformações no órgão físico. (OLIVEIRA, 1993, p. 24 apud REGO, 1995, p. 42).

O quarto postulado de Vygotsky relaciona à característica da mediação presente na atividade humana. Segundo Rego (1995, p. 42): “[...] são os instrumentos técnicos e os sistemas de signos, construídos historicamente, que fazem a mediação dos seres humanos entre si e destes com o mundo”. O autor destaca que a linguagem é um signo mediador, pois leva consigo os conceitos universais elaborados pela cultura humana.

Na perspectiva sócio-histórica a mediação é fundamental, pois é através dos instrumentos e signos, utilizados na mediação, que os processos mentais são apropriados e Vygotsky (1991) concebe a linguagem como um instrumento de suma importância no processo de pensamento.

O quinto postulado demonstra uma análise psicológica: o sujeito é capaz de conservar as particularidades básicas dos processos psicológicos humano. Segundo Rego (1995, p. 43) “Este princípio está baseado na ideia de que os processos psicológicos complexos se diferenciam dos mecanismos mais elementares e não podem, portanto, ser reduzidos à cadeia de reflexões”. Ao levantar os pontos que se refere a consciência humana como objeto da história social, aponta na vertente da necessidade do estudo que ocorrem no desenvolvimento mental subsequente do contexto social. Podemos exemplificar esse postulado da seguinte forma: uma criança se bem-educada cientificamente é capaz de aplicar o seu conhecimento para resolver situações de seu dia a dia. O mesmo às vezes não é verdadeiro para uma criança não educada cientificamente, essa criança não consegue realizar determinadas ações mentais por que não se apropriou desse conhecimento teórico para realizar tais ações. Por exemplo, uma criança que teve educação higiênica sabe da importância de se lavar as mãos antes de comer, uma criança que não teve educação higiênica não e por isso pode se contaminar facilmente.

1.1.1 Diferentemente do comportamento humano, todo comportamento animal conserva sua ligação com os motivos biológicos

As atividades dos animais giram em torno das suas necessidades biológicas tais como: alimentação, auto conservação ou necessidade de reprodução. A conduta dos animais é permanecer dentro dos seus limites e de suas familiaridades com a natureza, de modo que seu relacionamento com seus similares é estabelecer suas particularidades ingênita. Em sua maioria, as ações humanas não são baseadas em propensões biológicas. Vygotsky observou que o homem é motivado pelas necessidades mais complexas, como por exemplo: necessidade de adquirir novos conhecimentos, comunicar, ocupar determinado papel na sociedade, ser

coerente com seus princípios, valores etc. Podemos citar inúmeros exemplos nos quais existem possibilidades de ilustrar a independência do comportamento humano aos porquês biológicos, entre eles: as convicções políticas ou religiosas, sacrifícios religiosos em prol de uma realização pessoal ou coletiva e até mesmo um sacrifício de autoflagelamento ao ponto de alcançar o óbito, ou seja, o ser humano através do controle proposital de seu comportamento, é capaz contrariar suas necessidades biológicas.

1.1.2 Diferente gesto do comportamento animal, o comportamento humano não é forçosamente determinado por estímulos imediatamente perceptíveis ou pela experiência passada

As experiências dos animais se baseiam nos impactos recebidos no meio exterior ou pela vivencia anterior. O ser humano, diferente dos animais, não é determinado pela sua impressão imediata, pois ele é capaz de absorver, fazer relações, identificar circunstâncias e prognosticar alguns acontecimentos mediante algumas causas vividas e depois de refletir e interpretar a situação tem capacidade de tomar decisões mediante o ocorrido.

Por exemplo, mesmo doente e precisando tomar determinado medicamento, o homem poderá deixar de tomar o remédio caso o prazo de validade já tenha vencido. Mesmo com sede, provavelmente evitará tomar uma água que esteja contaminada. Mesmo com fome, poderá recusar um suculento prato de comida, caso saiba que este alimento foi preparado sem as mínimas condições de higiene. “Assim, ao sair a passeio num claro dia de outono, o homem pode levar guarda-chuva, pois sabe que tempo é instável no outono. Aqui ele obedece a um profundo conhecimento das leis da natureza e não à impressão imediata de um tempo de sol e céu claro” (LURIA, 1991, p. 72 apud REGO, 1995, p. 47).

Em resumo, o homem por obter um conhecimento racional, ele possui capacidade de adentrar mais a fundo na essência dos fatos e com isso tem a habilidade e possibilidade de tomar decisões racionalmente.

1.1.3 As diferenças das fontes de comportamento do homem e do animal

Segundo os estudos de Vygotsky, o comportamento animal se limita em experiências da espécie emitidas através de seu comportamento instintivo, “a outra é sua experiência imediata e individual (mecanismo de adaptação individual ao meio) responsável pela variação no comportamento animal” (REGO, 1995, p. 48).

Uma das principais características que diferencia o homem dos animais é que, além dos conceitos sucessórios, a atividade do homem tem uma terceira fonte responsável pela maior parte dos conhecimentos, habilidades, procedimento comportamental e assimilação da experiência de sua história social transferida ao longo do processo de aprendizagem da humanidade. Vygotsky apresenta a ideia que:

[...] o ser humano não só é um produto de seu contexto social, mas também um agente ativo na criação deste contexto. Acredita que para compreender as formas especificamente humanas é necessário (e possível) descobrir a relação entre a dimensão biológica (os processos naturais, como: a maturação física e os mecanismos sensoriais) e culturais (mecanismo gerais através do qual a sociedade e a história moldam a estrutura humana) (REGO, 1995, p. 49).

Baseado nesse ponto de vista, as ferramentas criadas e aperfeiçoadas pelo psiquismo humano ao longo da história estão baseadas nas condições sociais formadas ao longo da vida desses indivíduos, que, segundo eles são relacionados ao trabalho social, ao emprego de instrumentos e ao surgimento da linguagem. Através delas ouve uma mediação entre o homem e o mundo no qual ele aprendeu não só dominar o meio ambiente como também o seu próprio comportamento.

Segundo Rego (1995), Vygotsky busca compreender a evolução da cultura humana, a partir do desenvolvimento infantil, pois é nessa fase que ocorre o uso de instrumentos e da fala humana.

1.2 O desenvolvimento infantil na perspectiva sócio-histórica

Embora a teoria histórico-cultural esteja relacionada ao ensino infantil, existem muitas pesquisas nesta área sendo desenvolvidas com adolescentes e adultos. Optamos por abordar esse aporte teórico porque havia uma hipótese inicial que o conhecimento cognitivo dos licenciandos em matemática da PUC Goiás estava atuando no nível empírico, portanto poderíamos trabalhar a sua zona de desenvolvimento proximal para contribuir com a formação de conceitos teóricos.

Um dos maiores interesses de Vygotsky em estudar o desenvolvimento infantil é a tentativa de mostrar a forma que a formação social da mente é construída atribuindo a grande relevância da interação social na evolução do ser humano. Segundo a visão vigotskiana, o desenvolvimento da criança necessita de uma evolução e maturação do organismo como todo. Vygotsky se apoia na ideia de que “a mente da criança contém todos os estágios do futuro

desenvolvimento intelectual; eles existem já na sua forma completa, esperando o momento adequado para emergir” (VYGOTSKY, 1991, p. 26).

No momento em que a criança nasce, entra em progressivo contato com os adultos, que além de garantir a sua sobrevivência são responsáveis em integrar essa criança na cultura em que está inserida, buscando atribuir significados aos objetos culturais produzidos ao longo da história e que ao passar do tempo ele aprende as habilidades adquiridas ao longo da história social, como por exemplo: a sentar, falar, utilizar o copo, comer com talheres etc. Mediante isso, a convivência constante com os adultos faz com que os processos psicológicos mais complexos comecem a se formar.

Segundo Rego (1995, p. 61), “o desenvolvimento do sujeito humano se dá a partir das constantes interações com o meio social em que vive, já que as formas psicológicas mais sofisticadas emergem da vida social”. Nessa perspectiva, todo desenvolvimento do psiquismo humano é interposto por outra pessoa que atribui sentido a existência. No decorrer desse intermédio o sujeito menos experiente vai adquirindo conhecimentos conforme o comportamento de outro humano e de sua cultura. Quando esses processos são internalizados, as atividades que antes necessitavam de mediação para ser realizadas, passam a ser desenvolvidas sem a ajuda de outro sujeito.

Desde os primeiros dias do desenvolvimento da criança, suas atividades adquirem um significado próprio num sistema de comportamento social e, sendo dirigidas a objetivos definidos, são refratadas através do prisma do ambiente da criança. O caminho do objeto até a criança e desta até o objeto passa através de outra pessoa. Essa estrutura humana complexa é o produto de um processo de desenvolvimento profundamente enraizado nas ligações entre história individual e história social. (VYGOTSKY, 1984, p. 36).

A utilização do instrumento, ou signo, dando como exemplo a fala, exerce um papel fundamental para a organização das atividades práticas diárias do ser humano, contribuindo na sua missão psicológica. Segundo Vygotsky (apud REGO, 1995, p. 62), o cerne do comportamento humano “se dá na dialética da atividade simbólica (a fala) e a atividade prática” O maior significado no momento do seu desenvolvimento intelectual se dá em duas formas, inteligência prática e inteligência abstrata. Isso acontece no momento em que a fala do indivíduo e a sua atividade prática encontram-se completamente independente do desenvolvimento (VYGOTSKY, 1984). Com isso, ele considera que quando o sujeito consegue distinguir essas duas práticas ele alcançou a sua essência de comportamento.

Quando se vive uma experiência com outro sujeito internalizando a cultura do meio, a criança reorganiza os modos e ações vividos e com isso aprende a regular os próprios processos mentais. Segundo Rego (1995, p. 62), “o sujeito deixa de se fundamentar em signos externos e se sustenta em recursos internalizados (imagens, representações mentais, conceitos etc.)”.

1.2.1 Relação entre pensamento e linguagem

Vygotsky dedicou muitos anos de sua vida a esse assunto, e juntamente com seus colaboradores buscou apresentar contribuições sobre o tema referente que relaciona as raízes genéticas com o pensamento e a linguagem.

O autor assegura que ao longo da vida, o sujeito passa por mudanças em relação ao pensamento e a fala mesmo estando em ambientes diferente, origens diferentes e se desenvolverem de formas independentes ao ser inserido em um contexto cultural. A análise de interação entre o pensamento e a palavra dá início a articulação de diferentes planos e etapas percorrida em um pensamento, antes mesmo de simbolizar através de palavras.

[...] diretriz da discussão que se segue pode ser reduzida à seguinte fórmula: a relação entre o pensamento e a palavra não é uma coisa, mas um processo, um movimento contínuo de vaivém entre a palavra e o pensamento; nesse processo a relação entre o pensamento e a palavra sofre alterações que, também elas, podem ser consideradas como um desenvolvimento no sentido funcional. (VYGOTSKY, 1993, p. 106).

Segundo Vygotsky (1993), assim que a linguagem se internaliza no subconsciente da criança passa a constituir uma estrutura de pensamento para cada palavra alterada no decorrer do seu desenvolvimento, a relação entre o pensamento e a linguagem também são alteradas. Vejamos três pontos destacados pelo autor sobre isso:

(1) No seu desenvolvimento ontogenético, o pensamento e a linguagem têm raízes diferentes. (2) No desenvolvimento linguístico da criança, podemos estabelecer com toda a certeza uma fase pré-intelectual no desenvolvimento linguístico da criança – e no seu desenvolvimento intelectual podemos estabelecer uma fase pré-linguística. 3) A determinada altura estas duas trajetórias encontram-se e, em consequência disso, o pensamento torna-se verbal e a linguagem racional. (VYGOTSKY, 1993, p. 41).

Para que haja um desenvolvimento de linguagem tanto nas crianças quanto nos adultos, é de extrema importância que ocorra o contato social para que, com a necessidade de

comunicação o desenvolvimento da linguagem seja impulsionado. Tanto os adultos como as crianças utilizam a fala como ferramenta essencial para se comunicar, isso implica que essa necessidade faz com que a linguagem ao decorrer de sua história passa por um desenvolvimento. Assim acontece com as crianças em seus primeiros meses de vida; os risos, os choros, sons inarticulados, movimentos etc. Demonstrem não só um alívio emocional, mas também uma maneira de contato que ao passar dos anos sofre mudanças de acordo com o meio onde está inserido.

A esse processo de desenvolvimento, Vygotsky (1993) nomeia de estágio pré-intelectual do desenvolvimento da fala. O autor destaca também o estágio pré-linguístico do desenvolvimento do pensamento, onde sem nenhuma forma de comunicação oral a criança consegue estabelecer capacidade de agir no ambiente e resolver problemas práticos, como por exemplo: a criança usa um banquinho para pegar algum objeto que não consegue alcançar.

Durante todo o desenvolvimento, o ser humano vai alcançar um alto nível de linguagem estabelecendo sentidos e significados como, por exemplo: a palavra casa tem um sentido particular para uma criança, e para um adulto essa mesma palavra representa um pensamento generalizado.

No desenvolvimento da linguagem como instrumento de pensamento, a criança interioriza os princípios de conduta adquiridos pelo seu meio cultural, Vygotsky (1993) destaca algumas fases desse discurso. A primeira nomeia de discurso socializado, onde a criança utiliza a fala como meio de comunicação, ou seja, através dela, ela busca um contato com outras pessoas. O outro é nomeado de discurso interno, esse período é uma transição da fala socializada que é internalizada e utilizada na comunicação com outras pessoas, esse recurso é utilizado para resolução de algum problema, isto é, a criança inicia uma forma de solucionar questões de modo que as funções comunicativas e emocionais passam também a ter funções planejadoras. Nesse período a criança determina de modo preciso um diálogo interno sem vocalização, ou seja, a fala passa a ser parte de um plano projetado, mas não executado.

Vygotsky explica que existe um tipo de fala intermediária que funciona como uma espécie de transição entre o discurso socializado e o interior. A característica principal dessa fala é que ela acompanha a ação e se dirige ao próprio sujeito da ação. (REGO, 1995, p. 66-67).

Essa fala intermediária refere-se ao estágio em que a criança expõe seus pensamentos em voz alta, mas não é dirigida a ninguém. Nesse caso ela dialoga consigo mesmo. Pode ser um momento em que ela está planejando algo ou solucionando algum problema sem mesmo

realizar a ação. Com isso percebemos que com o controle da linguagem é possível profundas mudanças na criança, assim possibilitando infinitas maneiras de comunicação, modo de pensar e agir em seu âmbito social.

1.2.2 Interação entre aprendizado e desenvolvimento: a zona de desenvolvimento proximal

Segundo Vygotsky (1984, p. 84), “o aprendizado humano pressupõe uma natureza social específica e um processo através do qual as crianças penetram na vida intelectual daquelas que as cercam”. Mediante essa visão de Vygotsky, o aprendizado é uma garantia do desenvolvimento das particularidades psicológicas e é o principal responsável pelo processo de desenvolvimento do ser humano.

Vygotsky identifica dois níveis diferentes de desenvolvimento: o primeiro atribui às conquistas já efetivadas que é denominada nível de desenvolvimento real ou efetivo, que segundo Rego (1995, p. 72), refere-se “àquelas conquistas que já estão consolidadas na criança, aquelas funções ou capacidades que ela já aprendeu e domina, pois já consegue utilizar sozinha, sem assistência de alguém mais experiente”. Quando a criança alcança esse nível, seu processo mental sobre um conceito, por exemplo, se estabelece, mas seus ciclos de progresso continuam se desenvolvendo. O segundo, denominado como desenvolvimento proximal ou potencial, refere-se ao que a criança é capaz de fazer. O responsável em criar a zona de desenvolvimento proximal na criança é a convivência social e cultural, principalmente com pessoas mais experientes.

Com isso, o processo vivido pela criança passa a ser interiorizado, fazendo parte de seu desenvolvimento individual que para Vygotsky (1984, p. 58), “aquilo que é a zona de desenvolvimento proximal hoje, será o nível de desenvolvimento real amanhã - ou seja, aquilo que uma criança pode fazer com assistência hoje, ela será capaz de fazer sozinha amanhã”. Podemos dizer que a zona de desenvolvimento proximal é de grande valia para o desenvolvimento da criança, porque é a partir dela que a dinâmica da compreensão do desenvolvimento individual ocorre. E através dela podemos verificar não só os ciclos completos como também os ciclos em desenvolvimento, pelos quais demarcamos a competência da criança para conquistas futuras.

Segundo Rego (1995, p. 76),

Na perspectiva vygotskyana, os conceitos são entendidos como um sistema de relações e generalização contidos nas palavras e determinados por um

processo histórico cultural: “são construções culturais, internalizadas pelo indivíduo ao longo de seu processo de desenvolvimento”.

Conforme a teoria de Vygotsky o desenvolvimento e a aprendizagem da criança estão relacionados desde seu nascimento à interação entre ela e o seu meio físico e social, observando, experimentando, convivendo com pessoas mais experientes inseridas em sua cultura, permitindo assim realizar uma ampla ação de aprendizado (conceitos, valores, ideias, objetos concretos, concepções de mundo etc.). Para explicar melhor essa ideia, Rego (1995, p. 76), exemplifica o seguinte: “antes de estudar matemática na escola, a criança já teve experiência com quantidades e, portanto, já lidou com noções matemáticas. No entanto, ao ingressar na escola, outro tipo de conhecimento se processa”. Observamos a partir do exemplo exposto, muito antes da criança ingressar na escola, mediante a sua interação com meio físico e social, já foi construída uma sequência de conhecimento pelo meio onde vive.

Vygotsky (1984) explica o papel da escola no desenvolvimento do sujeito alertando para diferenciação construída na experiência pessoal, concreta e cotidiana da criança e relata dois tipos de conceitos: Ele nomeia de conceito cotidiano aquele construído mediante a observação e vivência da criança com pessoas mais experientes como, por exemplo: a partir da convivência diária da criança, ela pode construir um conceito de cachorro, no qual essa palavra generaliza as particularidades desse animal e o diferencia de outras categorias tais como peixe, cavalo, cadeira etc. O segundo conceito nomeado de conceito científico, são aqueles conhecimentos adquiridos mediante as interações escolares como, por exemplo: na escola a criança pode estender o conceito de cachorro tornando-o abstrato. A partir de uma vivência escolar e com uma interação de um mediador, o aluno poderá assimilar diferentes graus de generalização científico tais como: cachorro é um animal mamífero, vertebrado, e assim adquirindo uma visão mais ampla do conceito e de sua complexidade.

O desenvolvimento dos processos psicológicos envolve diversas operações mentais: memória, lógica, abstração, capacidade de comparar e atenção deliberada. Por isso, um conceito não é compreendido de forma mecânica, muito menos transmitida de forma direta pelo professor. Devido às experiências realizadas pelo autor, fica clara a impossibilidade de ensinar os conceitos de forma direta:

Um professor que tenta conseguir isto habitualmente mais não consegue da criança do que um verbalismo vazio, um psitacismo que simula um conhecimento dos conceitos correspondentes, mas que na realidade só encobre um vácuo (VYGOTSKY, 2001, p. 72).

Ensinar de forma direta é uma atividade muito comum no ensino de Matemática de nossas escolas, isso também foi constatado por Davydov (1988) na Rússia. Por exemplo, no ensino de um determinado conceito o professor muitas vezes apenas descreve o conceito no quadro, não permitindo o aluno experimentar o conceito, é neste sentido que Vygotsky usa o termo verbalismo vazio, sem sentido para o aluno.

Quando houve ou lê uma palavra desconhecida, numa frase quanto ao resto compreensível, e depois a lê noutra frase, começa a fazer uma vaga idéia do novo conceito; mais tarde ou mais cedo sentirá ... necessidade de usar a palavra e uma vez que a use, passa a assenhorear-se da palavra e do conceito. Mas estou convencido de que é impossível transmitir deliberadamente novos conceitos ao aluno... tão impossível e fútil como ensinar uma criança a andar apenas pelas leis do equilíbrio... (TOLSTOY, 1903, p. 143 apud VYGOSTSKY, 2001, p. 72).

As atividades intelectuais designadas pelos adultos estão fundamentadas inicialmente no pensamento infantil segundo Vygotsky (2001, p. 52):

[...] o desenvolvimento dos processos que acabam por gerar a formação dos conceitos começa durante as fases mais precoces da infância, mas as funções intelectuais que, em determinadas combinações formam a base psicológica da formação dos conceitos amadurecem, tomam forma e desenvolvem-se apenas durante a puberdade.

Vygotsky (2001) salienta a importância em estimular o raciocínio da criança. Mediante esse processo o sujeito conseguirá etapas mais elevadas de raciocínio. Isso nos mostra que o pensamento conceitual não necessita apenas de seu esforço individual, mas em especial o contexto em que esse indivíduo se insere.

1.3 A abordagem sociointeracionista de Vygotsky

O homem se estabelece como sujeito por meio de sua interação social, ao mesmo tempo em que se transforma é transformado pelas suas convivências sociais determinadas por uma cultura na qual está inserido. O autor chama esse pensamento de sociointeracionista. Segundo Rego (1995, p. 93), “na abordagem vygotskyana, o que ocorre não é uma somatória entre fatores inatos e adquiridos e sim uma interação dialética que se dá, desde o nascimento entre o ser humano e o meio social e cultural que se insere”.

O indivíduo não é uma consequência de um determinismo cultural, e sim um sujeito capaz de realizar atividades organizadoras mediante a sua interação com o mundo onde tem a capacidade de aperfeiçoar a sua própria cultura. “Nesse processo, o indivíduo ao mesmo tempo em que internaliza as formas culturais, as transforma e intervém em seu meio” (REGO, 1995, p. 94).

Pra Vygotsky o desenvolvimento humano é entendido não como uma virtude de motivos isolados que ao passar do tempo se torna mais aprimorado, muito menos de fatores ambientais que opera sobre o organismo controlando seu comportamento, e sim de experiências vividas e trocas recíprocas estabelecidas durante sua vida entre o indivíduo e o meio, um influenciando o outro.

1.3.1 O materialismo histórico dialético

O ponto de vista apresentado por Vygotsky sobre a teoria histórico-cultural se baseia nos primórdios dos teóricos do materialismo histórico-dialético, a saber, Karl Marx (1818-1883) e Friedrich Engels (1820-1895). Juntos, desenvolveram uma extensa produção teórica, com base nas contradições capitalistas. Com isso estremeceram as relações sociais, econômicas e produtivas de muitos países. Segundo Rego (1995, p. 96), Marx e Engel propõem uma perspectiva materialista-dialética para a compreensão do real, para a construção de conhecimento e para o entendimento do homem. Segundo eles, os fenômenos materiais são processos.

O materialismo dialético pode ser definido como a filosofia do materialismo histórico, ou o corpo teórico que pensa a ciência da história. Os princípios fundamentais do materialismo dialético são quatro: (1) a história da filosofia, que aparece como uma sucessão de doutrinas filosóficas contraditórias dissimula um processo em que se enfrentam o princípio idealista e o princípio materialista; (2) o ser determina a consciência e não inversamente; (3) toda a matéria é essencialmente dialética, e o contrário da dialética é a metafísica, que entende a matéria como estática e anistórica; (4) a dialética é o estudo da contradição na essência mesma das coisas (ALVES, 2010, p. 1).

Temos em vista que o materialismo-dialético é definido como uma filosofia do materialismo histórico, ou que tem uma base teórica refletida ao longo do desenvolvimento histórico e possui quatro princípios fundamentais: o primeiro princípio concentra a historicidade prosseguida de uma doutrina filosófica, materialista e idealista. No segundo princípio o autor restabelece uma reafirmação da consciência. No terceiro princípio ele mostra

que a matéria está em constante movimento, constante modificação, mediante isso ela pode ser estudada, manipulada e transformada. No quarto e último princípio apresenta a matéria como algo que exprime contraste em sua natureza.

Nessa visão, posiciona como o último princípio a própria matéria, na qual é um princípio dinâmico em processo que se evolui dialeticamente conforme a tríade tese, antítese e síntese. E essa abordagem, conjectura o primado de toda a história humana, que ao decorrer da sua vida em busca da sobrevivência, organizou-se ao redor de seu trabalho designando relações entre si e com a natureza. Por estar instaurado no meio da natureza e por fazer parte da mesma, o homem tem a capacidade de se diferenciar na medida em que sua forma de pensar é transformada conscientemente conforme suas necessidades. Esse movimento permite mudanças em ambas às partes na medida em que o homem se torna mais evoluído.

O homem é um ser social e histórico e é a satisfação de suas necessidades que o leva a trabalhar e transformar a natureza, estabelecer relações com seus semelhantes, produzir conhecimentos, construir a sociedade e fazer a história. É entendido assim como um ser em permanente construção, que vai se constituindo no espaço social e no tempo histórico. (REGO, 1995, p. 97).

O homem por estar inserido em uma sociedade, necessita ter um meio de sobrevivência, ao buscar esse meio, através da sua interação com o próximo e uma produção de conhecimento, além de construir a sociedade e fazer história está em constante evolução modificando assim o seu espaço social em e tempo histórico.

Devido a sua interação com outro, em seu âmbito de trabalho, o homem fez com que novas formas de comunicação fossem desenvolvidas, uma delas é a linguagem utilizada como ferramenta, com isso o processo de sua consciência não gira em torno de sua experiência vivida, pois a partir dessa nova forma de comunicação, seu pensamento é mediado pela linguagem.

No materialismo dialético esta integridade objetiva existente por meio da conexão das coisas singulares chama-se concreto. O concreto, segundo K. Marx, é “a unidade do diverso”. Em sua exterioridade como algo formado, está dado na contemplação, na representação que capta o momento da inter-relação geral de suas manifestações. Mas, a tarefa consiste em representar este concreto como algo em formação, no processo de sua origem e mediatização, porque só este processo conduz à completa diversidade das manifestações do todo. Trata-se de examinar o concreto em desenvolvimento, em movimento, em que podem ser descobertas as conexões internas do sistema e, com isso, as relações do singular e do universal. (DAVYDOV, 1988, p. 76).

De acordo com o materialismo histórico dialético, a produção material humana está vinculada aos processos de vida social, política e econômica, resultante das intervenções das práticas humanas. Segundo Rego (1995), a transformação da realidade tanto natural, quanto social, contribui para constituição da história da humanidade. É através dos conflitos inerentes a estas atividades que a transformação da sociedade humana se processa de modo dialético.

As funções psíquicas humanas estão diretamente ligadas a suas atividades materiais e uma troca entre os homens. Segundo essa abordagem, o sujeito é quem produz o seu próprio conhecimento, um indivíduo ativo capaz de criar relações com o mundo e no seu pensamento reconstruir esse mundo.

1.4 A teoria do ensino desenvolvimental de Davydov

Davydov, juntamente com Elkonin, trabalhou como chefe do laboratório de psicologia no instituto de Psicologia Geral e Pedagógica da academia de Ciências Pedagógica da antiga União Soviética entre os anos de 1959 e 1983. Foi colaborador científico de Luria e Leontiev por muitos anos. Nesse período, iniciou a formação de sua equipe de pesquisadores na qual fazia parte A. K. Markoa e A. I. Aidorova. Em 1973 recebeu a nomeação para ser diretor do Departamento de Filosofia da Universidade de Moscou e em 1978 assumiu a direção do Instituto.

Davydov para a formulação da Teoria do Ensino Desenvolvimental integrou conceitos de Vygotsky, Leontiev e Elkonin. Para o autor,

[...] a tarefa da escola contemporânea não consiste em dar às crianças uma soma de fatos conhecidos, mas em ensiná-las a orientar-se independentemente na informação científica e em qualquer outra. Isto significa que a escola deve ensinar os alunos a pensar, quer dizer, desenvolver ativamente neles os fundamentos do pensamento contemporâneo para o qual é necessário organizar um ensino que impulse o desenvolvimento. Chamemos esse ensino de desenvolvimental. (DAVYDOV, 1988, p. 3).

A teoria do ensino desenvolvimental tem como princípio a teoria histórico-cultural de Vygotsky para a qual a educação e o ensino são formas universais e necessárias ao desenvolvimento humano, e cujos processos estão interligados aos fatores socioculturais e a atividade interna dos indivíduos.

A teoria de Davydov surgiu mediante a forma em que a escola da Rússia relacionava o processo de ensino-aprendizagem. Davydov acreditava que o modo em que se transmitia o conteúdo os alunos eram insuficientes para seu aprendizado:

[...] esperava da escola que ensinasse aos alunos a orientarem-se com autonomia na informação científica e em qualquer outra esfera do conhecimento, ou seja, que os ensinassem a pensar dialeticamente mediante um ensino que impulsionasse o desenvolvimento mental” (LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 315).

Um dos sustentáculos do pensamento davydoviano é a teoria de Vygotsky que apresenta a aprendizagem e o ensino como formas universais do desenvolvimento mental. Segundo o autor a aprendizagem está relacionada diretamente à cultura e ao desenvolvimento do pensamento do sujeito. Libâneo (2014, p. 14) menciona duas maneiras diferentes para expressar essa ideia: “a) enquanto o aluno forma conceitos científicos, incorpora processos de pensamento e vice-versa; b) enquanto forma o pensamento teórico, desenvolve ações mentais, mediante a solução de problemas que suscitam a atividade mental do aluno”.

Assim, a assimilação do aluno com o conhecimento teórico e suas capacidades e habilidades que relacionam a esse conhecimento estão mais próximos. Libâneo (2004) relata que para uma superação da pedagogia tradicional empirista, é preciso a inserção do pensamento teórico. Para a teoria, o papel do ensino é proporcionar mudanças no processo de pensamento teórico do sujeito.

Os conhecimentos de um indivíduo encontram-se em unidade com suas ações mentais (abstração, generalização e etc). Segundo Rubinstein, os conhecimentos [...] “não surgem dissociados da atividade cognitiva do sujeito e não existem sem relação com ela”. Portanto, é legítimo considerar os conhecimentos de um lado, como o resultado das ações mentais que implicitamente contêm em si e, de outro, como um processo de obtenção desse resultado, no qual se expressa o funcionamento das ações mentais. Consequentemente, é totalmente aceitável usar o termo “conhecimento” para designar tanto o resultado do pensamento (o reflexo da realidade), quanto o processo pelo qual se obtém esse resultado (ou seja, as ações mentais). Todo conceito científico é, simultaneamente, uma construção do pensamento e um reflexo do ser. Deste ponto de vista, um conceito é, ao mesmo tempo, um reflexo do ser e um procedimento da operação mental (DAVYDOV, 1988, p. 95).

É natural que os conhecimentos empíricos representam as ações formais empíricas e, os conceitos teóricos representam as ações teóricas. Davydov (1988) diferencia esses dois tipos

de conhecimentos, mas não desqualifica o empírico em detrimento do teórico, ao contrário, considera o empírico importante na construção do teórico. Embora falemos disso um pouco mais na frente, convém diferenciar neste ponto os dois tipos de conhecimentos citados. Um exemplo matemático para mostrar essa diferença é encontrado quando se pede ao aluno para nos dizer o conceito de pirâmide. Quando o aluno descreve suas características externas, citando que pirâmide tem base triangular, quadrada, pentagonal, etc. e possui faces laterais triangulares, por exemplo, ele está na fase empírica do conhecimento. Mas quando ele diz que pirâmide é o conjunto de todos os segmentos de reta, com origem em um polígono convexo contido em um plano, e com final em um ponto fora deste plano, neste caso, dizemos que está com o conceito interiorizado.

Com a intervenção do professor sobre o conteúdo curricular, é feita uma análise identificando o núcleo e as relações particulares do objeto a ser estudado. Assim, os alunos estabelecem uma relação substantiva do conteúdo com a finalidade de encontrarem a relação fundamental com suas variadas manifestações, obtendo a generalização do objeto estudado.

Mediante a isso, a atividade de aprendizagem escolar da criança está relacionada ao método de exposição do conhecimento científico, com o procedimento de ascensão do abstrato ao concreto, segundo Davydov (1988). Nesta linha, o conhecimento científico deve ser apresentado ao aluno na atividade de estudo de forma a permiti-lo atingir o conhecimento teórico abstrato, expondo esses conhecimentos de forma que o escolar, através da atividade, consiga compreender as características particulares do objeto de modo a compreendê-lo em sua totalidade.

Embora o pensamento das crianças tenha alguns traços em comum com o pensamento dos cientistas, artistas, filósofos da moral e teóricos do direito, os dois não são idênticos. As crianças em idade escolar não criam conceitos, imagens, valores e normas de moralidade social, mas apropriam-se deles no processo da atividade de aprendizagem. Mas, ao realizar esta atividade, as crianças executam ações mentais semelhantes às ações pelas quais estes produtos da cultura espiritual foram historicamente construídos. Em sua atividade de aprendizagem, as crianças reproduzem o processo real pelo qual os indivíduos vêm criando conceitos, imagens, valores e normas. Portanto, o ensino de todas as matérias na escola deve ser estruturado de modo que, como escreveu Ilenkov, “seja reproduzido, de forma condensada e abreviada, o processo histórico real da gênese e desenvolvimento do conhecimento”. (DAVYDOV, 1988, p. 95).

Podemos sintetizar as ideias de Davydov sobre a teoria do ensino desenvolvimental baseada no pressuposto de Vygotsky em quatro pontos seguintes: os principais fatores

determinantes para o desenvolvimento mental do sujeito é o ensino e a educação do indivíduo ao longo de sua vida; é necessário considerar as origens sociais do processo de desenvolvimento, isto é, o desenvolvimento individual do sujeito necessita do desenvolvimento coletivo.

A atividade cognitiva não se dissipa do meio cultural. A importância da interação com o meio social, o sujeito aprende a manusear os instrumentos cognitivos e comunicativos de sua cultura. Com isso os processos das funções mentais são internalizados; o desenvolvimento do pensamento mediante a atividade de aprendizagem, a começar dos seus primeiros anos na escola, tem uma grande força na formação de conceitos teóricos, na generalização, análise, síntese, raciocínio teórico e pensamento lógico do aluno; a premissa básica do processo de ensino são os objetos científicos que, segundo Libâneo (2004), precisam ser apropriados pelos alunos por meio da descoberta, com isso reconstruído em forma de conceito teórico na atividade entre aluno e professor. A interação entre sujeito-objeto restabelece uma mediação simbólica entre signos encontrada na cultura e na ciência. Com essa reconstrução e reestruturação do objeto de estudo restabelece um processo de internalização no modo de pensar dos alunos, mediante a esse processo o seu desenvolvimento é assegurado.

Davydov deixa claro em seu texto o pensamento de Vygotsky, em que ele afirma a principal função da escola, que através de uma proposta pedagógica é preciso melhorar o conteúdo e suas formas de ensinar, de maneira que tenha uma mudança sobre o desenvolvimento de pensamentos do sujeito e de suas habilidades.

1.4.1 O pensamento teórico

A origem das pesquisas de Davydov deu-se início a partir de uma análise crítica da organização do ensino voltada à uma concepção tradicional de aprendizagem, na qual tem como centro a formação do pensamento empírico, descritivo e classificatório que segundo o autor, a formação da personalidade do sujeito deve-se basear no desenvolvimento do pensamento teórico do mesmo. Segundo Libâneo (2004, p. 16),

Trata-se de um processo pelo qual se revela a essência e o desenvolvimento dos objetos de conhecimento e com isso, a aquisição de métodos e estratégias cognitivas gerais de cada ciência, em função de analisar e resolver problemas e situações concretas da vida prática.

O pensamento teórico se dá pelo domínio dos procedimentos lógicos do pensamento. Com isso se permite sua aplicação em vários momentos de aprendizagem. Observamos que a visão de Davydov está fundamentada na ideia central de Vygotsky, na qual relaciona a função do ensino em suas particularidades do desenvolvimento intelectual humano. Com isso o autor propõe uma suplantação do pensamento empírico em detrimento do pensamento teórico que, para ele, se dá como um progresso do abstrato para o concreto.

Ao iniciar o domínio de qualquer matéria curricular, os alunos, com a ajuda dos professores, analisam o conteúdo do material curricular e identificam nele a relação geral principal e, ao mesmo tempo, descobrem que esta relação se manifesta em muitas outras relações particulares encontradas nesse determinado material. Ao registrar, por meio de alguma forma referencial, a relação geral principal identificada, os alunos constroem, com isso, uma abstração substantiva do assunto estudado. Continuando a análise do material curricular, eles detectam a vinculação regular dessa relação principal com suas diversas manifestações obtendo, assim, uma generalização substantiva do assunto estudado. Dessa forma, as crianças utilizam consistentemente a abstração e a generalização substantivas para deduzir (uma vez mais com o auxílio do professor) outras abstrações mais particulares e para uni-las no objeto integral (concreto) estudado. (DAVYDOV, 1988, p. 22).

Referente à base de generalizações teórica, Davydov pontua alguns princípios do ensino escolar:

a) A assimilação dos conhecimentos de caráter geral e abstrato precede a familiarização com os conhecimentos mais particulares e concretos; é a partir daqueles que se deduzem estes, correspondendo às exigências da ascensão do abstrato ao concreto. b) Os conceitos de uma disciplina escolar devem ser assimilados por meio do exame das condições que os originaram e os tornaram essenciais, ou seja, os conceitos não se dão como “conhecimentos já prontos”, devendo ser deduzidos a partir do geral e do abstrato. c) No estudo da origem dos conceitos os alunos devem, antes de tudo, descobrir a conexão geneticamente inicial, geral, que determina o conteúdo e a estrutura do campo de conceitos dados. d) É necessário reproduzir esta conexão em modelos objetivados, gráficos e simbólicos (literais) que permitam estudar suas propriedades em “forma pura” (por exemplo, a estrutura interna das palavras pode ser representada com a ajuda de esquemas gráficos especiais). e) Há que se formar nos alunos ações objetivadas que lhes permitam revelar no material de estudo e reproduzir nos modelos as conexões primárias e universais do objeto de estudo, de modo que se garantam as transições mentais do universal para o particular e vice-versa. f) Os escolares devem passar paulatinamente e no seu devido tempo da realização de ações no plano mental para a realização de ações no plano externo (objetivadas) e vice-versa. (DAVYDOV, 1987, p. 157 apud LIBÂNEO, 2004, p. 18).

Davydov (1988) destaca que ao iniciar a abstração e generalização com o princípio de deduzir outras abstrações, inicia-se também uma conversão na formação mental do sujeito no qual ele é capaz de abstrair o núcleo do objeto estudado. E esse núcleo segundo Davydov (1988, p. 162):

Quando os escolares começam a utilizar a abstração e a generalização iniciais como meios para deduzir e unir outras abstrações, elas convertem a formação mental inicial num conceito que registra o “núcleo” do assunto estudado. Este “núcleo” serve, posteriormente, às crianças como um princípio geral pelo qual elas podem se orientar em toda a diversidade do material curricular factual que têm que assimilar, em uma forma conceitual, por meio da ascensão do abstrato ao concreto.

O processo de assimilação percorre dois caminhos, primeiro: quando o pensamento do sujeito se move do geral para o particular, no qual tem a finalidade de identificar o núcleo do material estudado, identificando esse núcleo, o sujeito é capaz de deduzir as particularidades do que foi estudado. O segundo caminho no qual se percorre, é a assimilação orientada com a finalidade de que o sujeito tenha a total condição de explicar a origem do conteúdo dos conceitos que se encontram nas habilidades psíquicas a eles vinculadas (planejamento, reflexão e análise).

Nessa perspectiva, potencializar o pensamento teórico referido na teoria do ensino desenvolvimental é denotar a sua essência do desenvolvimento dos objetos de conhecimento, mediante a isso, tomar posse de métodos e estratégias cognitivas de cada ciência estudada a fim de que o sujeito consiga resolver problemas cotidianos e profissionais.

1.5 Os principais marcos teóricos do ensino desenvolvimental de Davydov

Como mencionamos previamente, a teoria do ensino desenvolvimental criada por Vasily Vasilyevich Davydov, é uma aplicação pedagógica fundada por Vygotsky que leva o nome de Teoria Histórico-Cultural. Referente à teoria do ensino desenvolvimental é importante destacar alguns pontos importantes da teoria que serão utilizados no experimento didático formativo.

1.5.1 A aprendizagem percorre o caminho do interpessoal para o intrapessoal

Segundo Vygotsky (1984), para que ocorra o processo de interiorização é necessário que ele passe por diversas mudanças:

a) Uma operação que inicialmente representa uma atividade externa é reconstruída e começa a ocorrer internamente. É de particular importância para o desenvolvimento dos processos mentais superiores a transformação da atividade que utiliza signos, cuja história e características são ilustradas pelo desenvolvimento da inteligência prática, da atenção voluntária e da memória. b) Um processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal. Todas as funções no desenvolvimento da criança aparecem duas vezes: primeiro, no nível social, e, depois, no nível individual; primeiro, entre pessoas (interpsicológica), e, depois, no interior da criança (intrapicológica). Isso se aplica igualmente para a atenção voluntária, para a memória lógica e para a formação de conceitos. Todas as funções superiores originam-se das relações reais entre indivíduos humanos. c) A transformação de um processo interpessoal num processo intrapessoal é o resultado de uma longa série de eventos ocorridos ao longo do desenvolvimento. O processo, sendo transformado, continua a existir e a mudar como uma forma externa de atividade por um longo período de tempo, antes de internalizar-se definitivamente. Para muitas funções, o estágio de signos externos dura para sempre, ou seja, é o estágio final do desenvolvimento. (VYGOTSKY, 1984, p. 41).

O autor nos mostra a relevância das interações no que se refere ao aprendizado do sujeito, possibilitando uma troca entre o sujeito e o objeto de conhecimento ressaltando e destaca a importância da relação entre aluno e professor. Para Davydov (1988), o processo de interiorização do sujeito está relacionado diretamente aos indivíduos sociais cujas funções são concebidas inicialmente no coletivo transformando assim em funções mentais de personalidade do indivíduo. Para Davydov (1988):

[...] compreende-se que a atividade mental interna é estruturada na criança sob grande influência da atividade externa com os outros e com os objetos da cultura, num processo de comunicação compartilhada. Por isso, o avanço autônomo e criador do pensamento só é possível sobre a base da experiência histórica que, nesse processo, vai sendo interiorizada. Sobre esta base, o desenvolvimento humano dependerá da interiorização dos êxitos do desenvolvimento histórico-social, possibilitada pela comunicação compartilhada e depois pela atividade mental (re)produtiva individual realizada com os objetos numa relação dialética com o meio externo (FREITAS; LIMONTA, 2012, p. 619).

Toda atividade mental, segundo Freitas (2012, p. 76),

[...] é uma representação, mediatizada pela linguagem na comunicação e interação com os outros, dos objetos da realidade que constituem a cultura, tal atividade para Vygotsky é o conjunto dos processos psicológicos superiores, tem sua origem nas relações sociais do indivíduo em seu contexto social e cultural.

Ao elaborar a tarefa proposta para a aula, o plano de ensino, o professor deve ter em mente que as ações de aprendizagem devem alcançar uma transformação da atividade externa, social, em atividade interna, individual. Tal primórdio necessita que o professor ao planejar as atividades a serem aplicadas aos sujeitos observem dois pontos primordiais: primeiro, as ações mentais apresentadas aos sujeitos deverão primeiramente ser coletivas, e depois individualizadas. E o segundo ponto, a dinâmica de pensamento pontuada em tais ações seguem no sentido abstrato (geral) para o concreto (particular).

1.5.2. O papel da escola: ensinar conceitos científicos

Para o autor da teoria do ensino desenvolvimental, a função da escola e ensinar os conceitos aos escolares, porque é instalado nesse ambiente que o sujeito tem a capacidade de abstrair e relacionar os conceitos estudados.

Pareceria que com o ingresso das crianças na escola devem começar a formar-se neles os conceitos científicos e outros conhecimentos teóricos, com os que não se enfrentaram na idade pré-escolar. Entretanto, a psicologia pedagógica vigente recomenda aos professores utilizar a experiência empírica cotidiana de familiarização dos escolares com as coisas e fenômenos como base para que assimilem os conhecimentos escolares. Com isso, se reconhece, de fato, a homogeneidade tanto do conteúdo como do procedimento de aquisição dos conhecimentos na infância pré-escolar e durante o ensino escola, especialmente organizada. (DAVYDOV, 1988, p. 65).

Para Davydov a escola e o ensino dos conhecimentos científico, éticos, estéticos e técnicos são, desde a infância, os principais meios de progresso do desenvolvimento psicológico e sociocultural.

Neste sentido, Davydov (1988, p. 99) afirma que:

No começo, naturalmente, os escolares não sabem formular de maneira autônoma as tarefas de aprendizagem e executar as ações para solucioná-las. O professor as ajuda até certo momento, mas gradualmente os alunos adquirem as capacidades correspondentes (é nesse processo justamente que se forma neles a atividade de aprendizagem autônoma, isto é, a capacidade de aprender). (DAVYDOV, 1988, p. 99).

A proposta da teoria do ensino desenvolvimental defende a escola e o ensino dos conhecimentos científico, éticos, estéticos e técnicos como principal focando no desenvolvimento psicológico e sociocultural da criança. Nessa visão a aprendizagem não se dá

pela assimilação-reprodução da visão de mundo da criança ou como é ensinado pelos adultos. Essa representação psicológica de mundo, Segundo Davydov (1988), ocorre em um primeiro momento quando o sujeito consegue observar a si mesmo e ao mundo pelos olhos de outros.

O sujeito tem uma comunicação compartilhada de mundo mediante significados adquiridos por outras pessoas, segundo Freitas e Limonta (2012):

[...] quando um professor comunica à criança o que é uma célula, está comunicando a ela a sua (do professor) ideia de célula. Posteriormente (e muitas vezes simultaneamente), há uma (re)organização mental individual dos elementos culturais interiorizados nessa comunicação compartilhada, e a criança dá novos sentidos aos significados que o meio social (classe social, família, escola, cultura, religião, etc.). (FREITAS; LIMONTA, 2012, p. 77).

Para que essa comunicação compartilhada dos conteúdos escolares ocorra em uma verdadeira atividade de aprendizagem, é necessário que o professor mediador organize (as aulas) por meio de tarefas (ações mentais) nas quais serão realizadas pelos alunos. Com isso as atividades escolares desenvolvidas baseiam-se na abstração, generalização e nos conceitos abstraídos pelos sujeitos a fim de uma melhor formação de pensamento.

1.5.3 A atividade como definidora do desenvolvimento cognitivo

Um dos pontos principais para que ocorra o desenvolvimento mental do aluno, destacado por Davydov, é a aprendizagem. Toda atividade mental é uma representação mediatizada pela linguagem, na comunicação e interação com os outros; dos objetivos da realidade que constituem a cultura. Para Peres e Freitas (2014), tal atividade, que para Vygotsky é o conjunto dos processos psicológicos superiores, tem sua origem nas relações sociais e culturais.

A atividade mental interna de uma criança é estruturada pela atividade externa com os outros e com os objetos da cultura, em um processo de comunicação compartilhada. Segundo Peres e Freitas (2014), a possibilidade de um avanço no pensamento só é possível se existir uma base e a experiência histórica, que é interiorizada nesse processo. Assim, o desenvolvimento humano não é a adaptação do homem ao meio, mas a interiorização dos êxitos do desenvolvimento histórico-social; primeiro na comunicação compartilhada, depois por meio de uma atividade mental (re)produtiva individual (FREITAS, 2012, p. 76).

No processo de escolarização da criança, o ensino organizado e sistematizado que ocorre durante esse processo tem uma importância não apenas no legado da cultura humana historicamente acumulada, mas na formação e construção das funções psicológica eminente (memória, atenção, consciência e reflexão). Devido às exigências mentais ditadas pelo ensino, estas fazem com que a capacidade do pensamento do indivíduo seja ampliada, favorecendo novas funções e novas aprendizagens, numa espiral de desenvolvimento tanto da mente quanto da cultura adquirida.

Em sua idade escolar a partir de uma atividade de aprendizagem as crianças exibem um desenvolvimento fiel no qual o sujeito cria imagens, valores e normas. Com isso, ao ensinar o conteúdo escolar é de papel do professor mediante as atividades proposta, fazer com que o aluno assimile a essência do conteúdo ensinado, formando assim o pensamento teórico-científico nesses escolares. Nesse processo de atividade de aprendizagem segundo Davydov (1988), o sujeito reproduz internamente a sua produtividade teórica acumulada e expressada pela humanidade nas formas de ideais e cultura.

O ensino organizado e estruturado decorrente do processo do estágio escolar do sujeito tem uma importância não apenas na transição da cultura humana acumulada historicamente, mas exerce uma responsabilidade na formação das funções psicológicas superiores tais como: memória, atenção, consciência e reflexão, isso pelo motivo que o ensino exige certa condição mental que forçosamente estende a capacidade de pensamento do sujeito, beneficiando novos meios de aprendizagem favorecendo assim um desenvolvimento tanto na mente quanto na cultura adquirida.

1.5.4 O método deriva do conteúdo

O ponto primordial para a Teoria do ensino desenvolvimental e que os métodos de ensino decorrem do conteúdo, ou mais, dos conceitos que integram os conteúdos escolares. Com isso, mediante as atividades de aprendizagem apresentada pelo professor pode levar os estudantes formar em sua mente vários conceitos que compõem os conteúdos determinado a uma área do conhecimento a ser aprendido.

O termo “conceito” tem origem no Latim *conceptus* (do verbo *concipere*) que tem o significado “coisa concebida” ou “forma da mente”, então, quando o professor comunica ao sujeito um determinado conceito por meio da linguagem ou objetos culturais, ele comunica através de um instrumento de pensamento, fazendo com que o sujeito tenha uma ligação com outros conceitos adquiridos na sua vida cotidiana. A partir desse conceito formado, ele passa

a compreender os objetos culturais ao seu redor de uma forma mais teórica, elaborada e consciente. Para que a aprendizagem ocorra de uma forma sucinta, o caminho para que isso aconteça é que ela percorra do abstrato para o concreto, sendo que, o abstrato é um o conceito interiorizado pela comunicação compartilhada na escola e o concreto é a percepção, a relação e aplicação dos conceitos com a vida. Quando uma criança consegue perceber um conceito e fazer relação seguida de aplicabilidade em diversas atividades que vivência, segundo Davydov (1988 apud FREITAS, 2012), ele está pensando por conceito, pensando teoricamente.

A base do processo de ensino e de educação é a assimilação pelos alunos, do conteúdo das matérias. Cada matéria escolar apresenta a peculiar projeção de uma ou outra forma “superior” da consciência social (da ciência, da arte, da moral, do direito) no seu plano da assimilação. (DAVYDOV, 1988, p. 105).

Com isso, a cada conteúdo estudado pelo aluno é necessário que o professor estabeleça uma ação específica para que ocorra o conhecimento. É necessário que o professor tenha um grande conhecimento do conteúdo a ser ensinado, porque é baseado nesses conhecimentos que ele idealiza tarefas que fomente no aluno uma busca científica, utilizando tanto dos conceitos existente nos conteúdos da aula quanto dos pensamentos da investigação científica. Segundo Freitas (2012), para Davydov, o aluno aprende realmente um conteúdo quando aprende também as ações mentais ligadas a este conteúdo, isto é, os modos mentais de proceder com os conceitos que formam o conteúdo.

A compreensão do conteúdo se dá concomitantemente à formação das funções mentais que estão ligadas a determinadas ações mentais que se realizarão durante as tarefas propostas pelo professor. Após os alunos realizarem essas ações das tarefas, eles vão reproduzindo e interiorizando os conceitos, simultaneamente os procedimentos mentais historicamente adquiridos são incorporados nesse conceito.

A teoria da atividade e do ensino desenvolvimental são referências que podem ser adotadas para o ensino dos conteúdos científicos, independentemente da área do conhecimento. Auxiliam o professor na atividade e organização do ensino por meio de tarefas, quanto privilegia a atividade de aprendizagem do aluno. No planejamento das tarefas é preciso considerar as características psicológicas, culturais e sociais do aluno. Para o planejamento e o desenvolvimento de uma tarefa faz-se necessário que o professor associe o conhecimento científico aprofundado do conteúdo e dos processos de aprendizagem com o conhecimento dos alunos, considerando também as condições materiais de realização do ensino.

A proposta desenvolvida pelo professor deve provocar no aluno uma premência de resolver as atividades apresentadas a ele. Não só resolver o exercício proposto pelo professor, mas que o aluno deseja aprender, “que a aprendizagem do conceito se realiza impulsionada por um motivo pessoal para aprender” (FREITAS; LIMONTA, 2012, p. 82).

Davydov (1988) estabeleceu 5 pontos para que o professor planeje e organize suas tarefas a serem aplicados por meio de tarefas a se realizar com os alunos:

1 - *Transformação dos dados da tarefa e identificação da relação universal do objeto estudado.* Aqui o objetivo dos alunos deve ser descobrir a relação principal do objeto, em que se reflete o seu conceito teórico e que serve como base genética e fonte de todas as características e peculiaridades do objeto. 2. *Modelação da relação encontrada em forma objetivada, gráfica ou literal.* Consiste na criação de um modelo representativo da relação universal, expresso em forma literal, gráfica ou objetivada e que será utilizado posteriormente na análise do objeto. 3. *Transformação do modelo para estudar suas propriedades.* Por meio desta ação, os alunos estudam as propriedades da relação universal do objeto como tal, em seu aspecto concreto e não apenas abstrato, extraindo as múltiplas manifestações particulares do objeto. 4. *Construção do sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral.* Os alunos agora realizam várias tarefas particulares, variantes da tarefa inicial, utilizando, para isto, o mesmo procedimento geral adotado nas ações anteriores. 5. *Controle (ou monitoramento) da realização das ações anteriores.* É a ação de assegurar a realização plena e a execução correta das operações que compõem toda a tarefa. Os alunos refletem conscientemente sobre suas ações, sobre o caminho de seu pensamento, visando ao cumprimento do objetivo. Finalmente, o professor e os alunos avaliam a solução da tarefa a fim de verificar a aprendizagem do procedimento geral. (FREITAS; LIMONTA, 2014, p. 25, grifo no original).

O desejo de aprender determinado conteúdo está ligado a uma motivação para a realização de uma tarefa, essa motivação para essa realização é implementada pelo professor através de outros tantos mecanismos culturais e que através dessas tarefas instigue no sujeito o desejo de participar das atividades oferecidas e a necessidade de aprender.

1.5.5 A aprendizagem faz o movimento do abstrato (geral) para o concreto (particular)

A ideia que temos quando apresentamos esta relação do abstrato para o concreto é que o concreto é a realidade, algo palpáveis, material ou que está mais acessível as pessoas. E o abstrato algo que se relaciona a teoria, um pensamento ou algo de difícil compreensão ou acesso. Nessa visão o certo seria pensar que o pensamento sempre vai do concreto para o abstrato, mas na reflexão dialética marxista é diferente.

O concreto e o abstrato são objetos de pensamento, onde a ação do pensar pode ser conjuntamente mais abstrata pela perda da especificidade imediata, e mais concreto por adentrar na profundidade do real.

Segundo Libâneo (2006, p. 3):

O concreto é o que realmente existe. Mas, o que realmente existe não pode ser confundido com o que é perceptível aos órgãos dos sentidos. O concreto pensado é o real com atribuições de significado, feito pelo nosso pensamento. A abstração é a mediação que faz o nosso pensamento para passar de um concreto empírico para o concreto pensado. Por isso se diz: “ascensão do abstrato ao concreto”. A relação concreto-abstrato não tem mão única, é um movimento da nossa mente. Os idealistas vão do abstrato para o concreto. Os empiristas (positivistas) vão do concreto para o abstrato. No método dialético, o concreto é ponto de partida e ponto de chegada, com a mediação do abstrato. De certo nível de concretude se passa a outros níveis de concretude, pela abstração.

De acordo com Meksenas (1992 apud LIBÂNEO, 2006, p. 3), entendemos o processo da seguinte forma:

a) *O concreto como ponto de partida (concreto I)* - que referencia o objeto captado pela experiência, ou seja, são os objetos captados em suas relações mais simples. b) *Abstração* – é o procedimento mental pelo qual o pensamento assimila o concreto I, o reproduz mentalmente, para que se torne “concreto pensado”. Quer dizer, o concreto pensado é um todo mental, produto da atividade pensante. A abstração não opera com representações (reprodução do real tal e qual em nossa mente), mas com conceitos. c) *Concreto pensado (concreto II)* – objetos definidos por relações progressivamente mais específicos, com relações mais complexas, efetivados pela abstração. (grifo no original).

Para que o sujeito tenha uma abstração do conteúdo, é necessário que o aluno tenha uma evolução de pensamento do qual ele consiga visualizar o objeto estudado em sua forma mais geral (abstrata) e consiga percorrer essa visão até sua forma individual (concreta). Davydov (1988, p. 81) relata que “a reprodução teórica do concreto real como unidade do diverso se realiza pelo procedimento da ascensão do abstrato ao concreto”.

Uma das particularidades da Teoria do Ensino Desenvolvimental é a transformação do pensamento abstratos do aluno para o pensamento teórico, para que isso ocorra, no momento da elaboração do plano de ensino, o professor tem que ter em mente que a aprendizagem deve alcançar a mudança da atividade externa social, em detrimento da atividade interna individual. Esse princípio requer uma atenção do professor ao planejar e organizar as tarefas dos alunos e, para isso, há dois pontos essenciais a serem levados em consideração: as ações mentais a serem

realizadas na tarefa oferecida pelo professor deverão ser inicialmente coletivas e, depois, individuais. Esta ação proposta segue a direção do abstrato, para o particular (concreto) (FREITAS; LIMONTA, 2011). Na atividade, o professor deve procurar formas de reproduzir a essência do objeto de tal forma que o aluno compreenda as particularidades do objeto retrazendo o caminho inverso do concreto para o abstrato.

Essa é uma importante contribuição epistemológica desta teoria para a didática: o ensino de um conteúdo deve seguir a direção do geral para o particular, segundo Limonta (2012), primeiro os alunos aprendem o conteúdo e só depois lidam com estes conceitos em situações individuais e particulares e em distintos contextos.

1.5.6 O objetivo da atividade é apresentar o núcleo do objeto

Para que a atividade atinja o núcleo do objeto estudado, ao iniciar os estudos é de grande importância que o professor esclareça ao aluno as principais características do objeto a ser estudado. Nessa perspectiva, o autor da Teoria do Ensino Desenvolvimental relata: “Entender significa expressar em forma de conceitos” (LENIN apud DAVYDOV, 1988, p. 72).

O ensino voltado a formação de conceito, nada mais é que uma forma de ensino no qual o sujeito tem a possibilidade de uma maior compreensão em relação aos objetos de conhecimento referente aos conteúdos estudados.

O conceito surge quando uma série de atributos abstraídos torna a sintetizar-se quando a síntese abstrata assim obtida se torna a formar basilar de pensamento com o qual a criança percebe e toma conhecimento da realidade que a cerca. (VYGOTSKY, 2001, p. 226).

Para Davydov (1988, p. 73) o conceito é reproduzido mentalmente, do qual, “A ação mental de construção e transformação do objeto constitui o ato de sua compreensão e explicação, a descoberta de sua essência”.

Quando os alunos começam a usar a abstração e a generalização iniciais como meios para deduzir e unir outras abstrações, eles convertem as estruturas mentais iniciais em um conceito, que representa o “núcleo” do assunto estudado. Este “núcleo” serve, posteriormente, às crianças como um princípio geral pelo qual elas podem se orientar em toda a diversidade do material curricular factual que têm que assimilar, em uma forma conceitual, por meio da ascensão do abstrato ao concreto. (DAVYDOV, 1988, p. 22).

De início é necessário que o sujeito (aluno) compreenda o conceito fundamental do objeto a ser estudado (núcleo), suas principais particularidades no qual o sujeito identifique primordialmente com a finalidade que consiga generalizar e comparar e que mediante a isso ele tenha a capacidade de identificar características de outros objetos com descrição em comum.

No momento em que o sujeito consegue identificar o núcleo do objeto, o aluno está apto a formar os conceitos dos objetos estudados. Mediante a isso Davydov descreve:

[...] os alunos primeiramente descobrem a relação geral principal em certa área, constroem sobre sua base a generalização substantiva e, graças a ela, determinam o conteúdo do “núcleo” da matéria estudada, convertendo-a em meio para deduzir relações mais particulares, isto é, um conceito (DAVYDOV, 1988, p. 96).

Para que ocorra esse processo e alcance tal objetivo, é necessário que o professor saiba como trabalhar o conteúdo em direção da formação de conceitos. Nessa perspectiva Libâneo (2011, p. 91) destaca três momentos:

1º) Análise do conteúdo da matéria para identificar um princípio geral, ou seja, uma relação mais geral, um conceito nuclear, do qual se parte para ser aplicado a manifestações particulares desse conteúdo. 2º) Realizar por meio da conversação dirigida, do diálogo com os alunos, da colocação de problemas ou casos, tarefas que possibilitem deduções do geral para o particular, ou seja, aplicação do princípio geral (relação geral, conceito nuclear) a problemas particulares. 3º) Conseguir com que o aluno domine os procedimentos lógicos do pensamento (ligados à matéria) que têm caráter generalizante. Ao captar a essência, isto é, o princípio interno explicativo do objeto e suas relações internas, o aluno se apropria dos métodos e estratégias cognitivas dos modos de atividades anteriores desenvolvidas pelos cientistas; o aluno reproduz em sua mente o percurso investigativo de apreensão teórica do objeto realizado pela prática científica e social.

Tais pontos mencionados acima devem estar segundo Libâneo (2011) diretamente ligados aos “motivos e objetivos subjetivos do aluno, assim desenvolvidos com as necessidades sociais de estudar e aprender apresentado pelo professor em sua circunstância como educador”.

1.5.7 O movimento lógico histórico do objeto

Um dos principais pontos para o que o aluno consiga êxito ao alcançar a compreensão do núcleo do objeto estudado é conhecer a história desse objeto, necessidades da sociedade mediante a esse objeto, conceitos que levou esse objeto a sua aplicação na sociedade

contemporânea etc. Com isso, compreender a história do objeto é de extrema importância para que o sujeito compreenda o cerne do conteúdo.

É necessário que o sujeito envolvido na ação tenha curiosidade em compreender o caminho histórico e social desse objeto, assim despertando interesse e interagir com os conceitos vividos pelas gerações antepassadas.

Ao planejar o ensino é indispensável que o professor conheça a origem histórica e o desenvolvimento do conteúdo a ser estudado pelo sujeito tanto em sua forma científica quando em sua forma cultural. Essa relação será apresentada aos alunos ligado ao conteúdo a ser estudado sendo um passo de extrema importância, por que assim os escolares estabelecem suas próprias relações assim formando seu próprio pensamento.

1.5.8 O contexto cultural, social e psicológico o aluno

Ao planejar sua prática de ensino, o professor deve considerar as principais particularidades psicológicas, culturais e sociais do aluno. Com isso ao planejar e desenvolver as tarefas proposta, é necessário que o professor faça uma relação entre o conhecimento científico, processo de aprendizagem e o conteúdo a serem estudado pelo sujeito da ação considerando esse sujeito como portadores de uma cultura e suas “condições materiais para realização do ensino” (FREITAS, 2012, p. 82).

Nessa perspectiva demandada ao professor para o planejamento de ensino, é de extrema importância que ele tenha um conhecimento da origem histórica e do desenvolvimento dos conteúdos, tanto na lógica própria do campo científico, quanto em suas relações com outras ciências e com a cultura geral. As relações que o professor conserva é transmitida ao sujeito junto com o conteúdo, isso faz com que o sujeito aprenda a estabelecer suas próprias relações e a execute criativamente o conceito, formando um mecanismo de pensamento próprio.

No planejamento das tarefas é preciso considerar as características psicológicas, culturais e sociais do aluno. Para o planejamento e o desenvolvimento de uma tarefa faz-se necessário que o professor associe o conhecimento científico aprofundado no conteúdo e dos processos de aprendizagem com o conhecimento dos alunos, considerando também as condições materiais de realização do ensino.

Mediante as atividades contextualizadas os significados interpessoais vão ganhando força e significados, como relatado anteriormente, a formação de conceitos do sujeito se dá do abstrato para o concreto, mediante a isso (DAVYDOV, 1988, p. 118) relata que “quando as

crianças já desenvolveram o modo geral de solução da tarefa de aprendizagem pode se exigir deles que o apliquem no contexto de problemas particulares de natureza prática”.

Um exemplo prático relatando o dito acima é: em uma aula de matemática o professor distribui um problema aritmético concreto no qual relaciona toda parte do contexto estudado. Ao pegar o exercício o aluno assimila com a ajuda de uma equação, isso fará com que o aluno examine os dados contido no exercício e mediante o conteúdo estudado seja capaz de encontrar a resolução correta. “Como resultado, a aplicação do procedimento geral de solução de diferentes problemas particulares ocorrerá imediatamente (DAVYDOV, 1988, p. 118).

Para que ocorra esse processo de aprendizagem o contexto utilizado durante o planejamento das atividades é o mesmo processo utilizado pelo professor durante a organização do ensino, assim colocando o sujeito em um contato direto com suas práticas do dia a dia.

Essa é uma importante contribuição epistemológica desta teoria para a didática: o ensino de um conteúdo deve seguir a direção do geral para o particular – primeiro os alunos aprendem e interiorizam no plano social compartilhado o(s) conceito(s) que compõem o conteúdo e só depois lidam com estes conceitos em situações individuais e particulares, nas diversas formas como ele se apresenta, em distintos contextos. (FREITAS; LIMONTA, 2012, p. 80)

Baseado no que relatamos, quando o aluno consegue internalizar algum conceito a possibilidade de interação com o meio será de forma autônoma e crítica. Através das atividades contextualizadas o sujeito adquire uma maior facilidade em internalizar os conceitos externos aos indivíduos com isso consegue lidar com maior facilidade aos conhecimentos científicos de forma crítica.

1.5.9 O desejo e a motivação na estrutura das atividades

A última consideração a respeito da teoria de atividade e do ensino desenvolvimental de DAVYDOV é a importância do desejo e das motivações da criança para o aprender. A proposta desenvolvida pelo professor deve provocar no aluno uma premência de resolver as atividades apresentadas a ele. Não só resolver o exercício proposto pelo professor, mas que o aluno deseja aprender, que tal aprendizagem faça com que o aluno tenha uma estímulo mais em aprender o conteúdo estudado. Segundo Libâneo e Freitas (2013, p. 343), “durante a

realização da tarefa, a necessidade impulsiona o motivo do aluno e assim cria-se um motivo para aprender”.

O desejo de aprender determinado conteúdo está ligado à uma motivação para a realização de uma tarefa, e essa tarefa exija “dos alunos procedimentos mentais de análise, abstração e generalização substantivas do objeto” (LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 343). E essa motivação para essa realização é implementada pelo professor através de outros tantos mecanismos culturais que é criada no sujeito o desejo de participar das atividades oferecidas, necessidade de aprender: “Na estrutura da atividade de aprendizagem, a necessidade (necessidade de aprender) constitui o estímulo para que o aluno assimile os objetos de conhecimento (contidos nas ações e estudo orientado à resolução de tarefas)” (LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 343).

É necessário que o ensino da Matemática esteja interligado com as demais áreas do conhecimento e com situações práticas do cotidiano. É dever do professor proporcionar um ambiente motivador de modo que os alunos se sintam seguros e capazes de solucionar o que foi proposto em sala de aula. A teoria da atividade e do ensino desenvolvimental de DAVYDOV (1988) ressalta a importância de despertar no aluno o desejo e motivação em aprender. Essa interação promovida pelo professor, por meio de um ambiente de aprendizagem ativa pode favorecer tanto a compreensão quanto a ampliação do conhecimento pelo aluno.

2 EXPERIMENTO DIDÁTICO FORMATIVO NA VISÃO SÓCIO-HISTÓRICA

O experimento didático formativo Vigotsky (1898-1934) tem uma grande relevância para o desenvolvimento cognitivo do aluno. Não apenas Vigotsky utilizou esse método, mas os pesquisadores A. N. Leontiev, L. V. Zankov, A. R. Luria, P. Ya. Galperin, N. Talizina, A. Zaporózhnet, D. B. Elkonin e o próprio V. Davidov, dentre outros (DAVIDOV; MÁRKOVA, 1987, p. 326).

Juntamente com seus colaboradores, Vigotsky nomeou tal método de genético e com ele investigou as estruturas psíquicas recém-adquiridas. Davidov (1988, p. 195) destaca que as funções psíquicas não são inatas e que são estruturadas de acordo com os modelos sociais. Ainda, o desenvolvimento humano só é possível mediante o processo de ensino-aprendizagem desenvolvido nas escolas, utilizando-se do método dialético.

Segundo DAVYDOV (1988, p. 107),

O método do experimento formativo tem como característica a intervenção ativa do pesquisador nos processos mentais que ele estuda. Neste aspecto, difere substantivamente do experimento de constatação que enfoca só o estado, já formado e presente de uma formação mental particular.

Outro nome dado por Davydov (1988, p. 107) ao experimento é experimento genético-modelador que segundo o autor, é “aquele que plasma a unidade entre a investigação do desenvolvimento mental das crianças e a educação e o ensino destas mesmas crianças”. O ensino e a educação experimentais se dão através do diálogo entre aluno e professor, e não por meio de uma adequação a um nível já estabelecido de desenvolvimento mental das crianças, é mediante esse processo que se forma novos níveis de desenvolvimento das capacidades mentais da criança. Na aplicação do experimento com os sujeitos participantes da pesquisa, utilizamos o diálogo exposto por Davydov em uma investigação matemática para levar os licenciados a uma transição de pensamento, passando do abstrato para o concreto, observando cada avanço dado pelos alunos.

Os estudos relativos aos problemas psicológicos do ensino e da educação desenvolvimental apoiado no experimento formativo passou por um período de depuração entre (1959-1984) por um grupo de estudiosos que teve a supervisão de Davydov (1988, p. 108). O projeto foi basicamente desenvolvido na Escola de Pesquisa Experimental nº 91 da Academia de Ciências Pedagógicas da União Soviética e nas escolas nº 17 e 4 em Kharkov. O

experimento didático formativo, no decorrer dos anos de estudo, sofreu algumas alterações, mas as cinco ideias básicas de suas tarefas permaneceram sólidas, a saber:

1) o conteúdo e a estrutura da atividade de aprendizagem dos alunos; 2) os fundamentos dos campos da lógica e da psicologia para a estruturação das matérias escolares correspondentes aos requisitos da atividade de aprendizagem; 3) as peculiaridades do desenvolvimento mental das crianças no processo da atividade de aprendizagem; 4) as reservas do desenvolvimento mental dos escolares nas diferentes séries; 5) as peculiaridades de organização do experimento formativo. (DAVYDOV, 1988, p. 108).

Segundo as ideias de Vigotsky (1984) que defendia como primordial o papel do ensino no desenvolvimento mental das crianças que foi determinado com a descoberta de algumas leis psicológicas do ensino desenvolvimental (DAVYDOV, 1988). Uma das hipóteses destacadas pela pesquisa é um pressuposto de que a essência do pensamento teórico é estabelecida durante o período escolar pela apropriação dos conhecimentos no desenvolvimento da atividade de aprendizagem.

Segundo Aquino (2013), a educação impulsiona o desenvolvimento mental dos sujeitos que aprendem, e com isso contribuem com o amadurecimento de novas formações intelectuais. Para Davydov (1988), as atividades propostas pelo professor devem estar relacionadas com a necessidade dos escolares, motivo; as ações, com os objetivos e as operações, com as condições. O principal papel do professor na atividade de ensino é proporcionar ao aluno uma ampliação de seu desenvolvimento mental apresentando condições para esse desenvolvimento. Para Libâneo (2009, p. 22), “em termos práticos, significa o professor fornecer ao aluno as condições para o domínio dos processos mentais para a interiorização dos conteúdos, formando em sua mente o pensamento teórico-científico”.

O método do experimento didático formativo presume uma reorganização dos programas escolares, com tal finalidade de avaliar suas potencialidades para apropriação dos conhecimentos se tornando mútua o desenvolvimento mental e integral da personalidade.

Para a nossa proposta, utilizamos o *software* GeoGebra como ferramenta de ensino, buscando uma investigação matemática aplicada na Geometria Euclidiana, focada no Teorema de Pitágoras. O objetivo de usar essa ferramenta foi proporcionar uma visualização do conceito do objeto, fazendo com que os alunos percebessem a relação de área apresentada pelo Teorema, permitindo-os visualizar tal relação. Também ressaltamos a articulação entre álgebra e geometria, na mesma tela, permitindo o aluno visualizar os dois aspectos. Além do mais, a articulação com tecnologias é um elemento novo da pesquisa desenvolvimental, uma vez que

as teorias aqui abordadas não tratam dessa questão diretamente. Assim, é salutar investigar a relação entre o aporte teórico aqui destacado com a investigação matemática proposta por Vaz (2012), aplicada no experimento didático formativo, para avaliar suas potencialidades.

No decorrer da proposta tivemos a preocupação de utilizar a demonstração visual dos resultados obtidos através da experimentação possibilitada pelo *software*, ampliando as ações mentais do aluno de modo que a metodologia apresentada contemplasse o ensino desenvolvimental de Davydov. Para Libâneo (2009, p. 28), “o melhor resultado do ensino é quando o professor consegue ajudar o aluno a compreender o caminho da investigação que se percorre para a definição de um objeto de estudo e internalizar as ações mentais correspondentes”.

Segundo Aquino (2013, p. 3), o método do experimento didático formativo é mais do que um método de pesquisa, convertendo-se, também, em método de ensino e educação experimentais, orientado a potencializar a aprendizagem e o desenvolvimento intelectual, físico e emocional dos alunos”. O autor considera esse método com algumas vantagens sobre outros tipos de experimentos existentes tais como:

[...] permite a intervenção direta do pesquisador nos processos psíquicos e pedagógicos que investiga; experimenta com disciplinas escolares que permitem definir os diferentes aspectos do ensino que tem influência no desenvolvimento dos alunos: o programa de estudo, o sistema conceitual da disciplina, a coerência entre objetivos – conteúdos – métodos - meios - condições do ensino; o experimento didático-formativo permite examinar as condições em que se geram a aprendizagem, as neoformações psicológicas e capacidades que estão sendo pesquisadas; quando é possível aplicá-lo de maneira longitudinal, permite superar o estudo das particularidades psicológicas isoladas dos alunos e aferir as características do desenvolvimento integral do desenvolvimento psíquico (AQUINO, 2013, p. 3).

Tal metodologia de pesquisa devidamente aplicada, possibilita observar o desenvolvimento dos escolares. Quando iniciamos a aplicação do experimento didático formativo, apresentado o Teorema de Pitágoras juntamente com todo seu contexto histórico, observamos a importância dessa prática, pois possibilitou uma observação do aspecto cognitivo do aluno, o seu desenvolvimento gradativo, os conhecimentos matemáticos relacionados aos assuntos abordados e sua desenvoltura com a ferramenta utilizada. Como relaciona Davydov (1988), durante a aplicação tivemos uma interação entre alunos e o mediador, buscando atender a metodologia exposta pelo autor e a construção do conhecimento científico do aluno.

Para Davydov e Markova (1987), o experimento didático formativo vem se enriquecendo cada vez mais através de suas observâncias de aspectos, detalhes e etapas isoladas da formação dos fenômenos psicológicos e pedagógicos no qual se dá através da aprendizagem que se ocasiona em sua condução.

2.1 As principais características do experimento didático formativo

A principal ideia no qual direciona o experimento didático-formativo é o aumento da qualidade do aprendizado dos escolares por intermédio do processo ensino-aprendizagem conscientemente organizado em situações estabelecidas. Esse método se insere no contexto das ciências pedagógicas, especificamente no campo da didática. Como afirma Aquino (2013, p. 4), é a “tese provada por Vygotsky e colaboradores, da correspondência entre o ensino e o desenvolvimento mental e integral da personalidade, enquanto problema pedagógico”. Peres e Freitas (2014) dizem que o experimento didático formativo foi desenvolvido para articular o ensino e o desenvolvimento mental do aluno. Libâneo (2000, p. 5) diz que “o termo procura caracterizar um método de pesquisa pedagógica essencialmente fundamentada na teoria histórico-cultural”.

Para Davydov (1988, p. 107), o experimento didático formativo “pressupõe a projeção e modelação do conteúdo de novas formações mentais a serem constituídas, dos meios psicológicos e pedagógicos e das vias de sua formação”. O pesquisador tem uma ação direta no momento do experimento, considerando que o sujeito participante está inserido em uma cultura, em constante interação. Partindo desse ponto, a zona de desenvolvimento proximal tem uma grande relevância para o experimento didático-formativo.

Como estamos trabalhando baseado na teoria histórico-cultural, tivemos a preocupação de organizar o ambiente de aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento dos alunos com problemas propostos idealizados nos fundamentos da teoria desenvolvimental, para que pudessem refletir e debater sobre o tema, possibilitando-os conjecturarem situações interligadas com os problemas.

A tese de Vigotsky (1984) diz que o sujeito se desenvolve com a interação com o outro sujeito e, que seu modo de pensar é estruturado por meio da interação com seu meio cultural. Com isso, quanto mais o sujeito estiver em contato com outro indivíduo, com maior maturidade cognitiva, melhor será o seu desenvolvimento. Por esse motivo, o fundamento primordial procede do campo da didática.

A estruturação e análise do experimento didático formativo não é uma tarefa tão simples. Não podemos deixar de destacar a importância da investigação da didática experimental para que se alcance o conhecimento em tal ciência. Segundo Peres e Freitas (2013, p. 179), “[o] experimento didático formativo estrutura-se em aulas com o objetivo de ajudar os alunos a avançarem a um estágio ou nível de desenvolvimento em relação ao conceito estudado”.

Tal método é resultado da didática investigativa, segundo Aquino (2013, p. 5): “ele se faz e se desfaz durante todo processo de pesquisa, sem ficar sujeito aos princípios iniciais”. Essa prática pedagógica dirige à modificação qualitativa do avanço intelectual dos sujeitos, com isso melhora o tempo de estudo e os métodos, tornando-se mais curto o caminho para apropriação das experiências históricas.

2.2 A atividade de estudo e o ensino desenvolvimental

A atividade de estudo é uma das atividades humanas básicas e é uma das principais e mais utilizadas no período escolar das crianças com intuito de conceder a assimilação dos moldes de uma compreensão social mais estruturada. Segundo Libâneo, para Davydov, “os conteúdos e métodos do ensino não visam apenas familiarizar os alunos com os fatos, com os objetos; visam, sobretudo, o conhecimento das relações entre eles, encontradas no processo de sua origem e transformação” (DAVYDOV, 1982 apud LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 339).

Para o autor do ensino desenvolvimental, a atividade de estudo está dirigida para a assimilação dos processos generalizados de ações materiais e cognitivos com os objetos de conhecimento, que segundo a visão davydiviana indica uma conjunção consolidada da abstração substantiva, da generalização e dos conceitos teóricos de Libâneo e Freitas (2013). Para este fim, na atividade de estudo proposta, é necessário que os modos generalizados estejam presentes, assim, apresentamos um problema de estudo ao aluno, uma situação na qual esse sujeito identifica o modelo teórico, o essencial do conceito, de modo que consiga assimilar a relação geral em fatos particulares.

Nesta pesquisa, criamos um problema, de modo que ao resolvê-lo, a essência do Teorema de Pitágoras aparece e, ao mesmo tempo, sua generalização, realizada ao longo do tempo, mostrando todo o movimento do objeto ao longo da história. O problema também foi contemplado para mostrar a importância de se estudar geometria.

Davydov (1988) busca estabelecer a atividade de estudo e aprendizagem com a finalidade de pontuar uma característica singular da atividade humana, tendo como ponto de

partida o conceito da atividade como mudança criativa da realidade de si mesmo. Libâneo e Freitas (2013) referenciam Davydov (1988) e escreve:

É necessário dizer algumas palavras sobre os conceitos correlatos de “atividade de estudo” (utchebnaia deialet’nost) e “aprendizagem” (utchénie). Crianças e adultos constantemente assimilam conhecimento nos mais variados tipos de atividade (por exemplo, nas atividades de brincadeira, de trabalho). Podem ser assimilados conhecimentos prontos, e a aprendizagem pode realizar-se de tal forma que não seja exigida dos estudantes a experimentação mental ou concreta. Por conseguinte, a atividade de estudo, que inclui os próprios processos de assimilação (apropriação), realiza-se somente quando esses processos transcorrem sob a forma de uma transformação objetiva deste ou daquele material. Como a “assimilação” [usvoenie] e “aprendizagem” podem transcorrer, em primeiro lugar, também em outras formas de atividade e, em segundo lugar, também sem transformação do material que está sendo assimilado, estes conceitos não podem ser identificados com a atividade de estudo (DAVYDOV, 1988, p. 2 apud LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 340).

Para Davydov a aprendizagem diferencia da atividade de estudo, segundo a sua visão sobre tal assunto a atividade de estudo é uma atividade característica do ser humano que decorre da apropriação da realidade, quando tal ação tem o propósito de uma mudança de conteúdo a ser apropriado, gerando assim um novo produtor mental de conhecimento. Tal mudança resume-se em apoderar-se de um conhecimento buscando uma articulação entre dois aspectos: o aspecto interno e o aspecto externo, com isso atinar suas principais particularidades que são princípios internos ou suas relações básicas gerais, uma vez que essas particularidades são as principais referências para inferir as manifestações características desses conhecimentos. Com isso a atividade de estudo apresentada ao aluno pelo professor deve possibilitar uma relação dinâmica entre o sujeito e o objeto a ser estudado, visando uma transformação no sujeito, possibilitando-o perceber os aspectos externo e o interno do conteúdo, e assim, formalizar e apropriar os conhecimentos teóricos.

Segundo Libâneo e Freitas (2013, p. 341), “na atividade de estudo, o objeto de assimilação é intencionalmente colocado”. Mediante a isso podemos destacar a grande importância da tarefa de aprendizagem na qual o aspecto primordial é o resultado de uma transformação comportamental do sujeito intervindo no seu desenvolvimento, generalizando assim os conceitos científicos articulado com o desenvolvimento mental do aluno. Para adquirir ou produzir conhecimento é necessário que haja uma mudança interna, uma reestruturação mental.

A atividade escolar no ponto de vista da didática é voltada indispensavelmente na atividade de estudo. As duas consistem em uma organização apropriada da aprendizagem

através da organização da atividade de estudo formulada pelo professor. Segundo Libâneo e Freitas (2013, p. 342), “a aprendizagem escolar é o processo interno de apreensão teórica de um conhecimento mediante a transformação do objeto de conhecimento e, conseqüentemente, do aluno”. A teoria do ensino desenvolvimental, aponta o conjunto de organizações e métodos com o intuito de levar o sujeito a uma experimentação social construída ao longo de sua história, colocando em foco a aprendizagem escolar, na qual o item central para que ocorra uma transformação qualitativa nos alunos é a atividade de estudo. Para que haja uma autêntica aprendizagem escolar, é necessário que a atividade de estudo seja orientada pelo professor, dessa forma, a atividade de ensino-aprendizagem é exclusivamente pedagógico-didático no qual se direciona a evolução psicológica dos alunos e à sua formação de personalidade.

3 UM EXPERIMENTO DIDÁTICO FORMATIVO PARA O TEOREMA DE PITÁGORAS

Apresentamos, nesta parte, um experimento didático formativo sobre o ensino de Geometria Euclidiana. Escolhemos para este fim um tema central: o Teorema de Pitágoras. Embora seja um tema recorrente, fizemos uma análise sobre como este é apresentado no livro didático e constatamos que este conteúdo é trabalhado de forma a não contemplar aspectos importantes do desenvolvimento matemático e, aproveitamos para mostrar como seria sua apresentação no sentido davydoviano.

Iniciamos o experimento didático formativo davydoviano fazendo uma análise das dimensões sociais dos sujeitos envolvidos na pesquisa através de um questionário sócio-econômico e uma avaliação diagnóstica afim de atuar na zona de desenvolvimento real do aluno para ver se seus conhecimentos prévios permitiriam a compreensão do conteúdo a ser trabalhado, que exigia conhecimentos elementares de áreas, para saber se era necessária alguma preparação para o entendimento do assunto.

Em seguida, foi proposto um problema motivador, mas que também contemplasse a gênese, o movimento lógico histórico, as motivações da permanência do objeto no contexto da ciência matemática, a saber: “Deseja-se construir três casas de modo que a área de convivência seja de formato triangular. As casas a serem construídas devem ser de modo que a área de uma delas seja igual a soma das outras duas e que sejam polígonos regulares, cujos lados coincidam com os lados da área de convivência. Que relações métricas devem existir de modo que se possa atender essa exigência? Que condições devem ter a área de convivência?”

A ideia de utilizar o teorema de Pitágoras está relacionada, assim como muitos outros resultados da Matemática, a uma possibilidade de expandir o conhecimento, proporcionar um estudo da generalização do pensamento, ideia muito importante no contexto da teoria do ensino desenvolvimental, tentamos enxergar a estrutura do pensamento matemático compartilhada pelos licenciandos em matemática.

Para este fim, foi realizado um estudo preliminar, mostrando a validade do teorema de Pitágoras não só para quadrados construídos sobre a hipotenusa e sobre os catetos, mas para todo polígono regular: a área de um polígono regular de n lados construído sobre a hipotenusa é igual a soma das áreas dos polígonos regulares de n lados construídos sobre os catetos. Devemos ressaltar que a questão também pode ser estendida para semicírculos construídos sobre os lados do triângulo e que isso também foi trabalhado no experimento, na parte final, como avaliação da aprendizagem. Defendemos, de acordo com a teoria desenvolvimental, que

o ponto de partida é o fato histórico determinado por Pitágoras, isto é, que o fato gerador diz respeito a quadrados construídos sobre os lados de um triângulo retângulo, aspecto que consideramos nuclear do teorema de Pitágoras, a partir do qual se desenvolveu outros aspectos, o seu desenvolvimento histórico.

Neste estudo histórico chamamos a atenção para o fato de que sobre o teorema de Pitágoras há mais de 370 demonstrações, catalogadas desde os tempos de Pitágoras. E. S. Loomis, na segunda edição de seu livro, *The Pythagorean Proposition*, coletou e classificou nada menos que 370 dessas demonstrações (EVES, 1995, p. 104). Assim, notamos uma riqueza que pode ser útil ao ensino, pois há demonstrações muito simples do teorema, mas também muito complexas, cabendo ao professor, de acordo com seu interesse, utilizar aquela mais viável a seus propósitos, no nosso caso, escolhemos algumas que consideramos adequadas ao nosso objetivo, principalmente relacionadas a gênese do conceito.

Para o desenvolvimento do experimento didático formativo davydoviano utilizamos estudos dirigidos em sala de aula que é uma técnica fundamentada no princípio didático de que o professor é o mediador da aprendizagem ajudando o aluno a aprender. Aplicamos essa técnica no laboratório de informática, sempre pensando na coletividade, isto é, que o conhecimento se materializa do contexto social para o individual, do interpessoal para o intrapessoal, valorizando a figura do professor na mediação do processo.

No desenvolvimento das atividades, o professor pesquisador trabalhou como mediador do processo, agindo intencionalmente, sempre que necessário, no sentido de mostrar caminhos, agindo na zona de desenvolvimento proximal do aluno. Desse modo, a observação do desenvolvimento dos grupos era constante, com a intenção de conduzir todos aos mesmos objetivos.

A escolha de trabalhar com tecnologia está relacionada ao fato de que o *software* GeoGebra, para este tipo de trabalho se mostra muito eficaz, segundo Vaz (2012), pois possibilita uma dinâmica que permite enxergar o objeto em movimento, em diversas posições, articulando simultaneamente álgebra e geometria, sendo, portanto, segundo nossa avaliação, fundamental para reproduzir o aspecto nuclear do objeto e sua generalização, isto coaduna com uma observação da teoria desenvolvimental de que o método deriva do conteúdo estudado, ou seja, para outras situações o *software* talvez não seja a melhor indicação.

Vaz (2012) ressalta que a investigação matemática com o GeoGebra possui ferramentas importantes que permitem uma experimentação dinâmica para que o aluno perceba certas propriedades, em estudos dirigidos, levando-os a construir conjecturas, que devem, em seguida, serem formalizadas em ação pedagógica adequada à zona de desenvolvimento

proximal do aluno. Pode em seguida tentar observar a possibilidade de generalização, procurando estabelecer o resultado em outras situações, fato muito comum no pensamento matemático.

Entendemos que o experimento didático formativo davydoviano coloca o professor em atividade também e, mais importante ainda, coloca o professor em busca de uma preparação específica que o retira da zona de conforto e o coloca numa zona de risco, fazendo com que o mesmo inicie um processo de reaprendizagem, uma vez que para preparar o experimento é necessário um planejamento que busca compreender certos fatos, muitas vezes não trabalhados na formação do professor e não presente no livro didático. Requer que o professor adote novas metodologias, passando de um modelo transmissivo de ensinar para uma metodologia que consiste no compartilhamento coletivo entre os envolvidos no processo educativo. O mais importante ainda é que este professor deve se preparar teoricamente e pensar formas de transformar todos os aspectos teóricos na prática, em sala de aula, esses desafios são inerentes ao experimento.

No que segue, apresentamos uma análise qualitativa do experimento à luz da teoria desenvolvimental, ressaltando aspectos teóricos utilizados e tentando captar a influência da teoria nos resultados alcançados. Apresentamos inicialmente o planejamento do experimento didático formativo.

3.1 Experimento didático formativo

3.1.1 Primeiro encontro com o grupo focal

No primeiro encontro apresentamos aos alunos a proposta da pesquisa. Discutimos sobre o tema: o experimento didático formativo e suas etapas; entregamos e recolhemos o termo de autorização para que os alunos ficassem cientes da participação no processo, relatando o desenvolvimento da aplicação do experimento didático formativo e suas etapas. Aplicamos uma avaliação diagnóstica na qual constaram questões que são propedêuticas ao Teorema de Pitágoras a saber: área de um triângulo retângulo, área de um trapézio, soma dos ângulos internos de um triângulo, semelhança de triângulo, ângulos de retas paralelas cortadas por retas transversais, modelagem de situações problemas, resolução de equações e áreas de figuras regulares.

A avaliação diagnóstica aplicada tem o intuito de detectar as habilidades do aluno em efetuar operações, interpretar problemas e sua escrita matemática (Apêndice C) com a

finalidade de conhecer o nível de conhecimento dos alunos sobre o tema a ser apresentado. Será entregue juntamente com a avaliação, um questionário socioeconômico (Apêndice B) com a finalidade de conhecer seu processo histórico-cultural e para nos orientar na elaboração das atividades ao decorrer do experimento. Segundo Vygotsky (1991), é de suma importância a identificação do conhecimento prévio do aluno, o que possibilita identificar a Zona de Desenvolvimento Real e assim trabalhar a Proximal, a fim de buscar a relação ideal do aluno com o conteúdo a ser estudado. Mediante as respostas dos alunos conheceremos melhor suas vivências culturais, com isso podemos trabalhar aspectos da teoria nas atividades respeitando o nível cognitivo e sua situação social, cultural e econômica.

A avaliação diagnóstica foi realizada individualmente. A seguir apresentamos as etapas do experimento na visão davydoviana de forma detalhada.

3.1.1.1 Primeira aula

Dia: 18/4/2017.

Horário: 18h45 às 20h15.

Conteúdo a trabalhar: o movimento lógico histórico do Teorema de Pitágoras.

Objetivo de ensino: conduzir os alunos no processo de identificação da relação universal, do Teorema de Pitágoras; monitorar e mediar o processo de formalização do conceito: modelação da relação universal e transformação desse modelo; avaliar o processo de ensino-aprendizagem.

Avaliação: a avaliação foi apresentada de forma diagnóstica, aplicada no decorrer das atividades investigativas, analisando e estudando as particularidades individuais de cada experiência vivida, analisando se os alunos estavam se apropriando do processo geral de solução da tarefa como um procedimento mental, observando assim, se estava ocorrendo formação do conceito.

Ações mentais: os alunos foram estimulados por meio das tarefas sugeridas e do trabalho em grupo realizando as seguintes ações mentais: experimentar, observar, comparar, analisar, sintetizar, identificar, relacionar, refletir, criticar, distinguir, conjecturar, generalizar e formalizar.

Ação 1 – Transformação dos dados da tarefa e identificação da relação universal: buscando transformar o conceito do Teorema de Pitágoras de modo a revelar a sua essência, propomos um problema motivador de modo que o aluno ao resolver tal problema descobrirá seu aspecto nuclear e universal. Sendo assim, o objetivo desta ação foi compreender a essência

do Teorema que se relaciona ao cálculo de área, ou seja, que a área do quadrado sobre a hipotenusa é igual a soma das áreas sobre dos quadrados sobre os catetos.

Momento 1: planejamos aplicar um problema motivador com intuito de instigar o conhecimento científico do aluno. Esse problema foi pensado de modo que pudesse reproduzir o aspecto nuclear do teorema de Pitágoras e, além disso, proporcionar os seus desdobramentos, isto é, sua validade para qualquer polígono regular de n lados.

Problema motivador: deseja-se construir três casas de modo que a área de convivência seja de formato triangular. As casas a serem construídas devem ser de modo que a área de uma delas seja igual a soma das outras duas e que sejam polígonos regulares, cujos lados coincidam com os lados da área de convivência. Que relações métricas devem existir de modo que se possa atender essa exigência? Que condições deve atender a área de convivência triangular?

Com a finalidade de reconhecer os conhecimentos históricos sobre o tema e se esse contexto histórico foi abordado no período do ensino fundamenta e médio estabelecemos uma conversa sobre tal assunto com os alunos. Não para saber se o aluno conhecia a história de forma linear, mas para identificar seu conhecimento histórico e social do teorema.

Momento 2: discussão sobre as possíveis soluções do problema motivador aplicado.

Momento 3: delineamos uma maneira de apresentar, de forma dialogada, um pouco da história de Pitágoras, o contexto histórico da Matemática chinesa que relata o conhecimento do Teorema de Pitágoras, apresentando o Triângulo de lados 3,4, 5 construído sobre uma corda de 12 nós relacionada a Matemática egípcia, relatando a importância do conhecimento empírico sobre a relação existente no triângulo retângulo, para o povo daquela época. Discorreremos sobre a Grécia, o berço da matemática demonstrativa e os babilônios ressaltando o conhecimento do Teorema de Pitágoras descrito na tábula 322; apresentamos a aritmética pitagórica, o Teorema de Pitágoras e os ternos pitagóricos.

Momento 4: ao finalizar a apresentação oral preparamos um vídeo com a finalidade de reforçar o contexto histórico, mostrando imagens e o local onde foi vivido toda história, situando-o historicamente, mostrando as razões que impulsionaram as civilizações mencionadas a desenvolverem seus conhecimentos.

3.1.1.2 Segunda aula

Dia: 25 de abril de 2017.

Horário: 18h45 às 20h15.

Objetivo de ensino do professor: possibilitar reflexões com os alunos sobre a evolução da formalização dos conceitos matemáticos no decorrer da história, comparando com a formalização aceita hoje pela comunidade matemática; possibilitar os alunos a refletirem sobre as várias formalizações do Teorema de Pitágoras e a necessidade de provar resultados/afirmações matemáticas; avaliar o processo de ensino-aprendizagem.

Objetivo de aprendizagem dos alunos: refletir sobre a evolução da formalização dos conceitos matemáticos no decorrer da história; comparar as formalizações obtidas durante o processo histórico com a que temos hoje nos livros didáticos e o padrão aceito pelos matemáticos; perceber as diferentes formas de apresentação do Teorema de Pitágoras e sua relação com áreas; aplicar o conceito na resolução de situações problemas; compreender que na matemática não basta afirmar que algo é verdadeiro, é preciso demonstrar tal afirmação; avaliar o desenvolvimento do aluno no processo de ensino-aprendizagem.

Ações mentais: no decorrer da aula os alunos deverão realizar as seguintes ações mentais: refletir, comparar, aplicar o conceito, distinguir, classificar, generalizar e formalizar.

Ação 2 – Identificar a Relação Universal: essa ação valoriza a escrita e a representação gráfica da essência do conceito, procurando compreender a partir desses elementos se houve apropriação conceitual do objeto.

Momento 1: nessa aula conduzimos os alunos ao laboratório de informática, e inicialmente, fazer uma breve releitura da aula anterior e uma discussão sobre a importância do Teorema de Pitágoras, quais as particularidades para que o triângulo seja retângulo e também um debate com as possíveis aplicações do Teorema de Pitágoras no seu dia a dia.

Após finalizar a etapa da discussão fizemos uma breve apresentação do *software* GeoGebra, mostrando suas ferramentas para que os alunos façam um bom uso na realização da tarefa proposta. Essa etapa é necessária para que os alunos consigam acompanhar o desenvolvimento da proposta a ser apresentada.

Momento 2: logo em seguida apresentamos uma demonstração visual do teorema de Pitágoras atribuída a Garfield, usando a mediação pedagógica com *software* GeoGebra.

Ação 3 – Transformação do Modelo: buscamos compreender as especificidades do objeto de forma pura, isto é, reconhecer as utilizações e capacidades do objeto. Assim sendo, o objetivo dessa ação é verificar se os alunos relacionam as questões de áreas do Teorema de Pitágoras.

3.1.1.3 Terceira aula

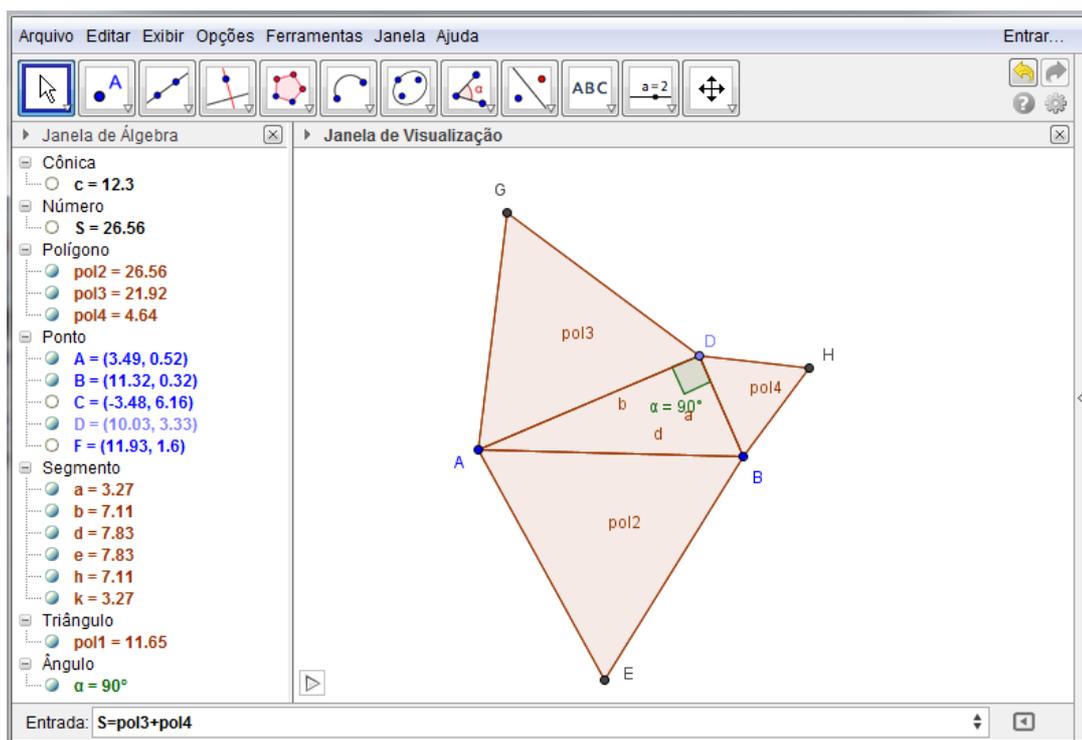
Dia: 2 de maio de 2017.

Horário: 18h45 às 20h15.

Nesta terceira aula planejamos conduzir os alunos ao laboratório de informática e dividimos a aula em 4 momentos. Para realização deste momento durante a exposição foi utilizado os computadores e o quadro negro.

Momento 1: programamos utilizar do *software* GeoGebra para fazer uma visualização do Teorema de Pitágoras para um triângulo equilátero regular de três lado, demonstrando que a área do triângulo equilátero sobre a hipotenusa é igual a soma das áreas dos triângulos equiláteros construídos sobre os catetos, provando em seguida sua consistência.

Figura 1 – Teorema de Pitágoras para o triângulo equilátero



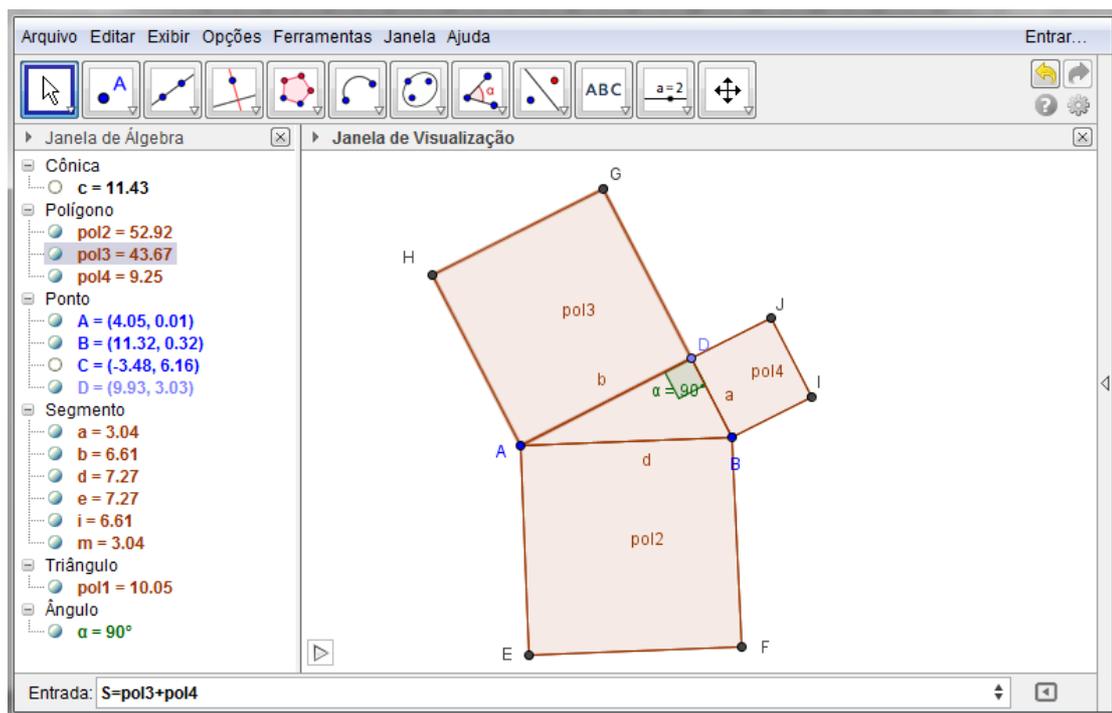
Fonte: elaborado pelo autor, 2017.

A Figura 1 ilustra uma demonstração visual do Teorema de Pitágoras para o triângulo equilátero que será utilizada em sala de aula com os alunos participantes do experimento didático formativo. Nela, ao movimentar os pontos A, B e D, obtemos o objeto em diversas posições. Na janela algébrica, introduzimos $S = pol4 + pol3$, que mostra que a relação não muda quando os objetos são movimentados, isto é, $pol2 + pol3 + pol4$.

Durante o processo conduziremos os alunos mediante a perguntas individuais ou em grupo a uma reflexão acerca das respostas apresentadas.

Momento 2: idealizamos em demonstrar o Teorema de Pitágoras para um polígono regular de 4 e 6 lados, conduzindo em formas de perguntas, buscando com que os alunos compreendam a relação entre áreas apresentada pelo Teorema e provando a sua consistência.

Figura 2 – Teorema de Pitágoras para o triângulo equilátero



Fonte: elaborada pelo autor, 2017. Teorema de Pitágoras: polígonos regulares de 4 lados.

A Figura 2 ilustra uma demonstração visual do Teorema de Pitágoras que também será utilizada em sala de aula para o triângulo equilátero. Nela, ao movimentar os pontos A, B e D, obtemos o objeto em diversas posições. Na janela algébrica, introduzimos $S = pol4 + pol3$, que mostra que a relação não muda quando os objetos são movimentados, isto é, $pol2 + pol3 + pol4$.

Nesse momento planejamos mostrar aos alunos uma ferramenta do GeoGebra que poderão modificar as cores e linhas da figura desenhada com o intuito de uma maior interação com o objeto.

Ação 4: Aplicação da teoria na resolução de um Problema

Objetivou-se que o aluno conseguisse resolver problemas particulares relacionados ao Teorema de Pitágoras. Na teoria desenvolvimental, quando o aluno consegue aplicar a teoria

na resolução de problemas particulares, dizemos que houve assimilação do conteúdo (FREITAS, 2012).

Momento 1: a partir da etapa anterior, apresentamos aos alunos, uma proposta para que discutissem entre si os resultados, a estratégia é realizar isso por meio de perguntas planejadas, para averiguar o conhecimento apropriado. No decorrer da execução dessa etapa esperamos que os alunos consigam chegar a uma formalização do Teorema de Pitágoras, mediante a nossa intervenção objetivamos conduzir os alunos a uma generalização do Teorema, demonstrando que o teorema é válido para qualquer polígono regular de n lados.

Planejamos trabalhar com as respostas dos licenciandos em Matemática com o intuito de mostrar a eles que o conteúdo apresentado não está distante de seus conhecimentos. Neste caso, trabalhamos com a hipótese inicial, comprovada na avaliação diagnóstica, de que embora o aluno estivesse no sexto período do curso, o mesmo não tinha o conhecimento científico apropriado sobre o tema, mas apenas em sua forma empírica.

3.1.1.4 Quarta aula

Dia: 5 de maio de 2017.

Horário: 18h45 às 20h15.

Objetivo de ensino do professor: Mostrar aos alunos a evolução da formalização dos conceitos matemáticos no decorrer da história; levar os alunos a refletirem sobre as várias formas de apresentação do Teorema de Pitágoras e a necessidade de provar resultados/afirmações matemáticas; avaliar o processo de ensino-aprendizagem.

Objetivo de aprendizagem dos alunos: refletir sobre a evolução da formalização dos conceitos matemáticos no decorrer da história; comparar as formalizações obtidas durante o processo histórico com a que temos hoje nos livros didáticos e a formalização mais divulgada nesses livros; perceber as diferentes formas de apresentação do Teorema de Pitágoras e sua relação de áreas; aplicar o conceito formado; compreender que na matemática não basta afirmar que algo é verdadeiro, é preciso demonstrar tal afirmação; auto avaliarem-se no desenvolvimento e envolvimento no processo de ensino-aprendizagem.

Ações mentais: no decorrer da aula os alunos deverão realizar as seguintes ações mentais: refletir, comparar, aplicar o conceito, distinguir, classificar, generalizar e formalizar.

Ação 6 – Avaliação: avaliar a aquisição do conceito do Teorema de Pitágoras enquanto resultado da aprendizagem dos alunos. Dessa maneira os alunos realizarão a seguinte operação.

Momento 1: com intuito de avaliar os conhecimentos adquiridos dos alunos durante os processos anteriores, objetivamos em apresentar uma atividade individual (apêndice IV) relacionada ao Teorema de Pitágoras envolvendo áreas para avaliar o ensino-aprendizagem individualmente dos alunos em uma situação-problema relacionando tal conteúdo.

3.2 Análise dos resultados à luz da teoria desenvolvimental

No primeiro encontro com os sujeitos da pesquisa dividimos a aula em três momentos. O primeiro momento foi destinado à coleta de assinatura autorizando a utilização dos dados obtidos durante a pesquisa (Apêndice A).

Em um segundo momento, com a finalidade de compreender aspectos sócio e culturais do aluno participante da pesquisa, foi aplicado um questionário semiestruturado, composto de 21 perguntas (Apêndice B).

Por fim, o terceiro momento foi destinado à uma avaliação diagnóstica (Apêndice C), com a finalidade de observar o conhecimento matemático dos alunos com relação aos conteúdos necessários para a aplicação do Teorema de Pitágoras. Essa avaliação era composta de 4 (quatro) questões.

3.2.1 Análise social e cultural dos sujeitos da pesquisa

Apresentado o questionário aos alunos, 40% classificou morar em casa própria e 60% dos alunos em casa cedida ou alugada. Na segunda questão 20% dos alunos apresentou a profissão de professor como sua atual atividade econômica e 80% dos alunos relatou ter outra atividade profissional.

Na questão seguinte 70% dos alunos disseram ter os pais casados e os 30% restante divorciados ou solteiros e 100% dos alunos relataram ser solteiros. Para o grau de instrução da mãe ou outro responsável, todos os alunos marcaram a opção mãe, tivemos 30% com superior completo, 10% fundamental incompleto, 10% médio incompleto, 10% superior incompleto, 30% médio completo e 10% pós-graduação completa (Apêndice B). Na questão na qual perguntamos se há aposentados em sua residência, 90% responderam que não e 10% relatou duas pessoas.

Seguindo com o questionário indagamos sobre a renda familiar, 10% dos alunos não soube ao certo o valor da renda familiar; 30% relatou mais de 2 salários mínimos; 40%, de 2 a 3 salários; 10%, de 3 a 6 salários mínimos.

Como nossa pesquisa necessita de uso de um computador, fizemos algumas perguntas relacionadas à utilização dessas novas tecnologias e 70% responderam ter computador em casa com acesso à *internet*, sendo que 30% possui computador mais não tem acesso à *internet* em sua residência. Na questão seguinte perguntamos onde eles utilizam mais o computador, 80% dos alunos responderam em casa e 20% assinalaram que usam na faculdade (ver Apêndice B). Na questão na qual perguntamos para que finalidade você utiliza o computador (*notebook, tablet* etc.), 10% dos alunos assinalou jogos e estudos, 10% apenas estudo, 10% estudos e notícias, 30% em assuntos profissionais, 10% jogos, estudos e redes sociais, 10% estudos, redes sociais e notícias as opções e 20% marcaram todas as opções (apêndice II). Para a questão relacionada a quantas horas diárias ele utiliza o computador (*notebook, tablet* etc.), 50% dos alunos responderam de 1 hora até 3 horas diária, 30% dos alunos até 1 horas diária e 20% dos alunos mais de 5 horas diárias e temos que 100% dos alunos utiliza algum programa para estudar matemática.

Para saber a opinião dos alunos sobre a importância da utilização do computador (*notebook, tablet* etc.) para estudar matemática, os alunos relataram que a utilização do computador tal como *softwares* matemáticos auxilia no processo ensino-aprendizagem, principalmente na construção de gráficos e análise de figuras geométricas, assim, 30% utilizam o *software* GeoGebra, 20% *softwares* GeoGebra e Wolfram Alfa, 10% GeoGebra e aulas online, 30% GeoGebra e pesquisa no Google, 10% relatou outras formas não disponíveis no questionário.

Tais respostas dadas pelos alunos vêm de encontro com o que Moran (2012, p. 13) relata:

o uso das TIC na escola auxilia na promoção social da cultura, das normas e tradições do grupo, ao mesmo tempo, é desenvolvido um processo pessoal que envolve estilo, aptidão, motivação. A exploração das imagens, sons e movimentos simultâneos ensejam aos alunos e professores oportunidades de interação e produção de saberes.

A Tecnologia de Informação e Comunicação (TIC), na perspectiva que trabalhamos, é uma ferramenta que tem o objetivo de auxiliar o professor e facilitar o alcance do núcleo do objeto.

Continuando a análise do questionário, investigamos a relação da escolha da profissão do aluno com a profissão dos familiares. Algumas profissões são escolhidas geralmente por seguir os mesmos passos dos pais, tios ou pessoas que se espelham. Com isso perguntamos aos alunos o que os levaram a escolher o curso de licenciatura em Matemática com a finalidade de

conhecer o real motivo para tal escolha. Dos participantes 90% dos alunos escolheram a profissão pela atração pela carreira de professor e 10% dos alunos escolheu tal curso pela falta de opção.

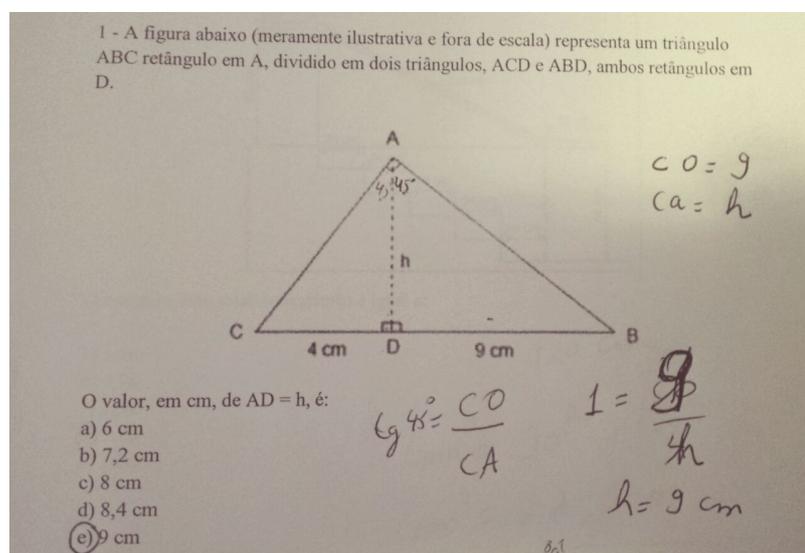
Ao fazer o questionário achamos de grande importância conhecer onde os alunos cursaram o seu ensino médio. E dessa pergunta obtivemos as seguintes respostas: 80% dos alunos cursaram o ensino médio em escolas públicas, 10% em escolas particulares e públicas e 10% em particulares, sendo que desses alunos, 70% estudou em turno matutino e 30% em turnos variados.

A seguir apresentaremos uma síntese da avaliação diagnóstica aplicada aos alunos participantes da pesquisa com a finalidade de descobrir seus conhecimentos prévios sobre algumas questões relacionadas ao conteúdo apresentado nessa pesquisa.

3.2.2 Avaliação diagnóstica

A primeira questão está relacionada à semelhança de triângulos; dos alunos participantes apenas 10% dos alunos conseguiram responder de forma correta, apresentando adequadamente a resolução, alcançando êxito na resposta e 90% restante não responderam a questão ou o método utilizado para resolução do exercício proposto era inadequado. Do resultado apresentado, observamos que a maioria dos alunos não demonstrou entendimento sobre o assunto, e concluímos que os sujeitos participantes estão na fase do conhecimento empírico relacionado a tal conteúdo, conforme exemplo a seguir.

Figura 3 – Primeira questão da avaliação diagnóstica



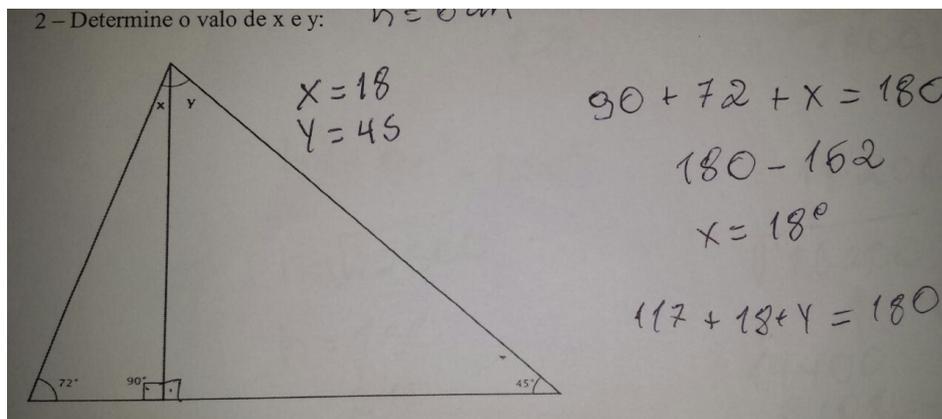
Fonte: exercício resolvido pelo aluno C, 2017.

Na resolução do problema acima, percebemos claramente que o aluno opera no nível empírico, atribuindo aos ângulos superiores, o valor 45 graus, o que o leva a uma resolução inadequada.

A segunda questão está relacionada a ângulos complementares. Do exercício apresentado 90% dos alunos responderam de forma correta e 10% não alcançou o resultado esperado sobre tal conteúdo. Mediante ao que propomos, temos uma quantidade pequena de não êxito. Os alunos que não alcançaram o resultado esperado ainda não conseguiram apropriar do núcleo do que foi visto por eles no período em que tiveram acesso ao conteúdo relacionado.

Apresentaremos três respostas distintas.

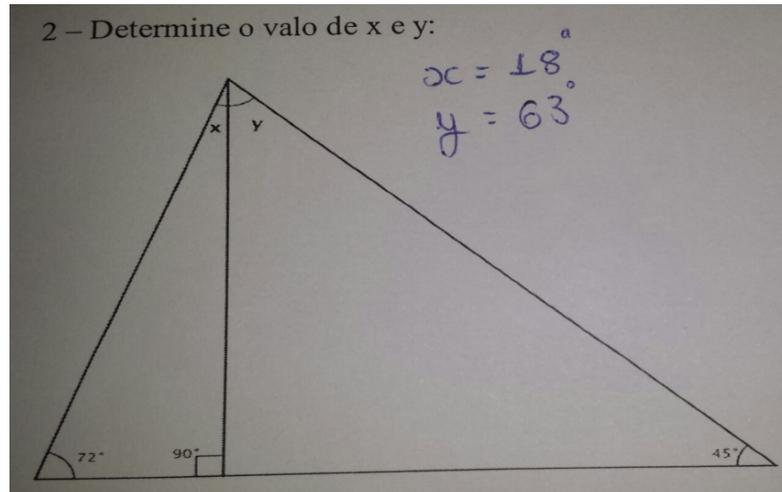
Figura 4 – Segunda questão da avaliação diagnóstica



Fonte: exercício resolvido pelo aluno C, 2017.

Observamos a resolução do exercício que o aluno conseguiu responder de forma correta efetuando os cálculos e isolando cada incógnita. Observamos que ao resolver a questão o aluno não menciona o símbolo na qual identifica o cálculo de graus esquecendo também de mencionar no resultado final da questão.

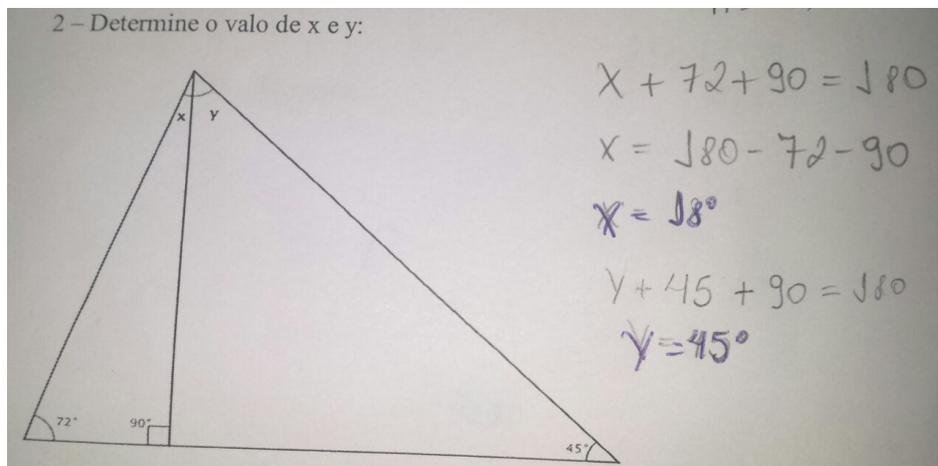
Figura 5 – Segunda questão da avaliação diagnóstica



Fonte: Exercício resolvido pelo aluno B, 2017.

O aluno “B” apresentou uma resposta sem cálculo, obtendo êxito apenas no valor encontrado para “x” e não obtendo o valor correto para “y” pedido no exercício.

Figura 6 – Segunda questão da avaliação diagnóstica



Fonte: exercício resolvido pelo aluno E, 2017.

O aluno C cometeu o mesmo erro da questão apresentada acima. Ele respondeu de forma correta efetuando os cálculos e isolando cada incógnita. Mas ao resolver a questão, o aluno não menciona o símbolo ao qual identifica o cálculo de graus, referindo apenas no resultado final.

A terceira questão está relacionada a área de um trapézio. Dos alunos participantes 90% responderam de forma correta e 10% dos alunos não responderam essa questão. A resposta encontrada nessa resolução encontra-se de forma correta, isto é, os alunos utilizaram

a fórmula corretamente e o resultado encontrado é mencionado conforme pedido para cálculo de área deixando cognoscível o conhecimento concreto do conteúdo abordado.

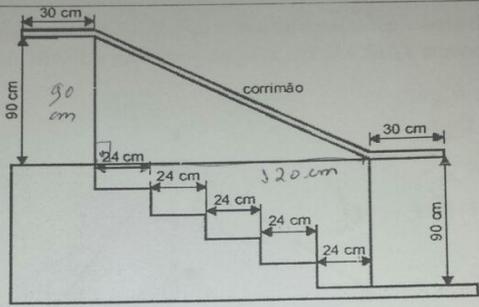
A quarta questão está relacionada ao Teorema de Pitágoras. Apresentada essa questão tivemos o seguinte diagnóstico sobre: 60% dos alunos responderam de forma correta, 10% dos alunos não responderam à questão apresentada e 30% responderam à questão apresentada e não obtiveram êxito na resposta.

Observamos que nessa questão os alunos, mesmo sabendo que o método de resolução seria pelo Teorema de Pitágoras, 40% não conseguiram analisar o exercício proposto para a resolução correta.

Abaixo uma solução apresentada por um dos sujeitos da pesquisa.

Figura 7 – Quarta questão da avaliação diagnóstica

4-Na figura abaixo, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura.



O comprimento total do corrimão é igual a:

a) 1,8m
b) 1,9m
c) 2,0m
d) 2,1m
e) 2,2m

Handwritten solution:

$$\begin{array}{r} 2 \\ 24 \\ + 5 \\ \hline 120 \end{array}$$

$$(\text{Corrimão})^2 = (90)^2 + (320)^2$$

$$= 8300$$

$$\begin{array}{r} 3,44 \text{ m} \\ + 0,81 \\ \hline 2,25 \text{ m} \end{array}$$

Fonte: exercício resolvido pelo aluno D, 2017.

Nesta resolução percebemos o erro do aluno no nível operacional. Além de não extrair a raiz quadrada, não interpretou a figura, devendo acrescentar 60 cm ao resultado para obter todo o corrimão.

Em resumo, todas as questões apresentadas na avaliação diagnóstica estão relacionadas a matemática elementar do ensino médio. Com isso observamos os seguintes pontos: as questões 1 e 4 na qual era necessária uma análise matemática que levasse o aluno a um pensamento mais elaborado, como por exemplo. Na questão 1, uma possível solução é que monte três equações, pensando em três triângulos retângulos e as utilize para resolver o problema. Outra possível solução é utilizar a relação métrica do triângulo retângulo. Notamos que houve um grande número de erros em sua resolução por se tratar de uma questão elementar, mostrando assim que a zona do desenvolvimento real do aluno está inadequada para tal conteúdo apresentado.

As questões 2 e 3 na qual o aluno basicamente aplicaria o algoritmo ou fórmula, percebemos que os licenciandos obtiveram mais facilidades, mesmo assim abaixo do ideal por fazer parte de uma situação comum para estudantes em licenciatura de matemática.

Observamos pelos resultados obtidos que o licenciando no 6º período do curso de licenciatura em matemática ainda apresenta uma lacuna nos conteúdos básicos da matemática aprendido no período do ensino médio, no qual consta a fragilidade de ensino nas escolas que temos hoje.

3.2.3 Análise do experimento didático formativo

3.2.3.1 Relato sobre a primeira aula

Essa aula foi dividida em quatro momentos, durante o encontro anterior com os alunos percebemos que alguns se sentiram um pouco constrangido pelo motivo da avaliação de seus conhecimentos matemáticos. Por isso, destinamos o primeiro momento da aula para um diálogo com eles, fazendo algumas perguntas sobre a profissão tais como: “Se algum dos estudantes participantes estava atuando como professor em alguma escola?”; “O que eles pensam sobre a profissão de professor?”; “Se eles pensam em investir na carreira fazendo uma pós-graduação?”; “Se a finalidade de cursar licenciatura em matemática era apenas para conseguir um diploma?”; “E o que eles achavam da valorização do professor?”; “E uma breve conversa sobre a avaliação diagnóstica”. Nessa conversa destacamos os pontos sobre os conteúdos abordados nos exercícios. Perguntamos, por exemplo, se as questões abordadas

nessa avaliação eram de conhecimento deles? O aluno “A” respondeu dizendo que a questão que relacionava o teorema de Pitágoras ele tinha conhecimento por ter resolvido a um tempo atrás, mas não recordava o método utilizado.

Podemos observar nessa fala do aluno acima que o conceito estudado de tal conteúdo ainda não foi totalmente apropriado por ele durante a sua caminhada de estudante. Quando o aluno abstrai o conceito científico, esse conceito passa a ser parte do seu pensamento.

O conceito surge quando uma série de atributos abstraídos torna a sintetizar-se, e quando a síntese abstrata assim obtida se torna forma basilar de pensamento com o qual a criança percebe e toma conhecimento da realidade que a cerca. (VYGOTSKY, 2001, p. 226).

Para Vygotsky (2001), esse processo de formação de conceitos tem um modo superior de atividade mental que é caracterizado pela passagem de processos imediatos de pensamento.

Freire (1996, 1999, 2005) diz que o conhecimento é construído a partir da necessidade vivida pelo sujeito em seu cotidiano. A construção teórica do objeto estudado é interiorizada mediante a um problema localizado na prática. Tanto Freire (1996) quanto Vygotsky (2001) relatam que o conhecimento se dá a partir do seu convívio em seu cotidiano, o conhecimento é adquirido mediante as relações sociais.

Dos 12 alunos participantes na aula passada estavam presentes apenas sete alunos, indagamos aos presentes se saberiam o porquê da falta dos outros colegas, eles responderam que teriam prova na próxima aula e provavelmente os alunos ausentes estariam estudando. Esse fato é comum em cursos em que os graduandos trabalham durante o dia e estudam à noite, por não terem tempo disponível durante o dia, eles administram seu tempo em relação as disciplinas e avaliações. Feitas as perguntas, relataremos algumas respostas que sintetizam a maioria das respostas dadas:

3.2.3.1.1 Aluno A

O aluno relata que está lecionando para o ensino fundamental 1 e que gosta da profissão, por ser ensino fundamental 1 se torna mais fácil por lidar com criança. E já no estágio exigido pela universidade o aluno participante percebe uma dificuldade em lidar com os alunos por serem de uma faixa etária maior, e que percebe uma grande dificuldade do entendimento matemático elementar desses alunos:

Percebo que muitos alunos têm dificuldade em fazer continhas, isolar o valor de x , trocar de sinal no momento de isolar o x . Vejo que mesmo eles tendo essa dificuldade eles não se interessam em aprender, sempre tem algo mais importante a fazer e não dá atenção para o professor. Ele percebe que o professor que está em sala não está interessado em dar uma boa aula e faz essa ligação ao mau salário pago aos professores e que “mesmo recebendo mal o governo ainda quer retirar um pouco mais”. Mas vejo que o professor mesmo sendo mal pago essa foi a profissão que ele escolheu e tem que dar o seu melhor para ensinar os seus alunos. Satisfeito ou não os alunos têm o direito de aprender. (ALUNO A).

Notamos aqui que o aluno tem uma boa percepção sobre a responsabilidade de estar em sala de aula, ao mesmo tempo em que mostra ter conhecimento político razoável.

Indagamos ao aluno se ele gosta da profissão, pretende aprofundar nos estudos fazendo uma pós-graduação ou quer apenas concluir o curso por causa do diploma? O aluno disse que vem de uma família onde seus pais são professores e que ao ingressar no curso de licenciatura em matemática ele já conhecia a realidade de um professor, convivia com isso no seu dia a dia: “meus pais corrigem provas nos finais de semana e dão aulas quase o dia todo então já está acostumado com essa realidade. Penso em fazer um mestrado para melhorar os meus conhecimentos e também valorizar o meu salário” (Aluno A).

Analisando a fala do aluno percebemos que mesmo sabendo das dificuldades encontradas na profissão o aluno se sente motivado a lecionar, e a alargar seus conhecimentos mostrando um grau de interesse em fazer uma pós-graduação.

3.2.3.1.2 Aluno B

Perguntamos ao aluno B se ele estava em sala de aula. Ele relatou que não estava em sala de aula e que futuramente pretendia lecionar e se especializar mais na área fazendo uma especialização e mestrado. A seguir ele relata sobre a desvalorização do professor dizendo que a cada dia que passa por essa desvalorização os professores que estão em sala de aula a anos se tornaram cansados. Então somando a desvalorização salarial e a falta de respeito dos alunos com os professores, os futuros colegas de profissão perde o interesse em ensinar prejudicando os alunos que estão interessados em aprender.

3.2.3.1.3 Aluno F

Indagamos ao aluno F se ele estaria em sala de aula. Ele respondeu que não estava lecionando e que teria outra profissão. Além disso, relata que esteve em sala de aula durante três meses e que não teve uma boa experiência. E que o ensino em geral é muito desorganizado,

Quando você vai trabalhar em uma empresa privada você tem todas as etapas de um processo, cada pessoa cuida de um processo, agora na educação é cada um por si, os professores não respeitam outros professores, ficam falando mal entre si, os alunos não te respeitam, você vai para ensinar os alunos não vão para aprender, eles vão para outras finalidades. Então para ganhar R\$ 2.000,00 (dois mil reais) ou pouco mais que isso, é melhor fazer um curso básico de algum tipo de informática, trabalhar em uma empresa privada que ganha o mesmo tipo de salário. Eu penso em formar em matemática, pegar o diploma, fazer um curso na área de administração, mas não faculdade, estudar na área de contas que eu sou contador atualmente e seguir a profissão e me profissionalizar na área, por que atualmente com o meu atual emprego eu ganho mais que atuando como professor. Então pretendo pegar o meu diploma. (Aluno F).

Refletindo sobre o exposto pelo aluno, percebe-se que existe um desencanto profissional na carreira docente quando o professor está inserido nesse contexto de descaso. Libâneo (2000, p. 43) relata:

A desprofissionalização afeta diretamente o status social da profissão em decorrência dos baixos salários, precária formação teórico-prática, falta de carreira, deficientes condições de trabalho. Com o descrédito da profissão, as consequências são inevitáveis: abandono de sala de aula em busca de outro trabalho, redução da procura dos cursos de licenciatura, escolha de cursos de licenciatura ou pedagogia como última opção (em muitos casos, são alunos que obtiveram classificação mais baixa no vestibular), falta de motivação dos alunos matriculados para continuar o curso.

Tal fala do Libâneo traz à tona a falta de professores na rede de ensino, onde profissionais de outras áreas está atuando no ensino básico no Brasil.

O licenciando em matemática deixa clara a insatisfação durante a sua experiência enquanto organização escolar, como professor é tratado em seu âmbito de trabalho, a falta de respeito entre alunos e professor e a falta de valorização salarial do mesmo.

Segundo Kuenzer (2004, p. 116),

Esta contradição, que é parte da natureza do trabalho não material – que não se objetiva em um produto, mas somente presta um serviço – é “uma das condições que podem trazer sofrimento e não realização, se não for

adequadamente enfrentada” tanto pelo professor, quanto pelas “formas saudáveis de organização do trabalho”.

Percebemos que especificamente em relação ao trabalho de professor, falta de reconhecimento social dado a ele (baixos salários e a relação aluno professor) causa uma desistência, desenvolvimento de atitudes negativas vinculadas ao trabalho proporcionando uma falta de envolvimento com o trabalho prestado.

3.2.4 Análise do problema motivador

No segundo momento da aula destinamos à aplicação de um problema motivador. Para Libâneo (2004), as atividades em sala de aula têm a finalidade de manejar seus processos cognitivos, ou seja, fazer com que os alunos desenvolva um raciocínio sobre tarefas e problemas de determinado assunto. Ainda segundo Libâneo (2004), por meio de atividades de abstração e generalização e exercícios escolares, representativos da disciplina, pode-se ensinar o modo como aprender a manejar seus processos cognitivos.

A finalidade ao apresentar o problema motivador era de investigar a capacidade de entendimento do problema proposto e se os alunos conseguiriam fazer uma ligação ao conteúdo a ser apresentado a eles, além de verificar a capacidade motivacional da turma.

Pedimos aos alunos que dividisse a turma em grupos e a divisão ficou da seguinte forma: duas duplas e um trio. Entregamos o exercício para a turma, percebemos que no primeiro contato dos alunos com o exercício eles demonstraram certa apreensão, surgiram três perguntas: O que seria essa área de convivência? A casa está no mesmo lote? As casas podem ter qualquer formato?

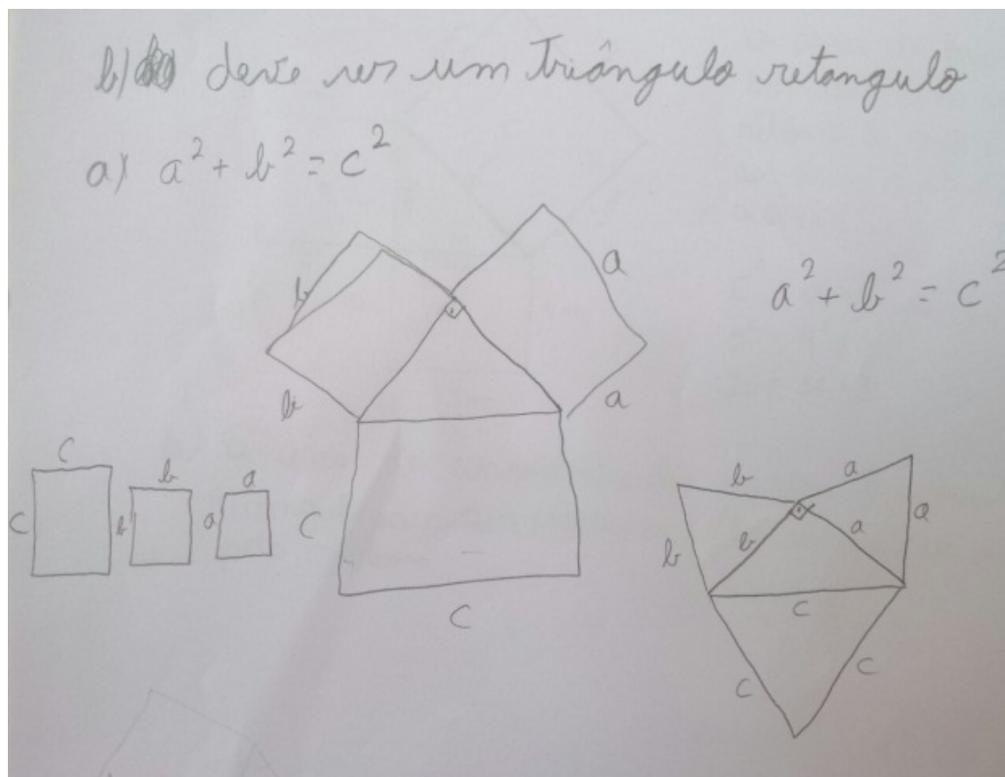
Convém ressaltarmos que o problema proposto teve como objetivo discutir uma situação que necessitava de muitas interações entre o aluno e o objeto para que percebesse as nuances das soluções, isto é, a variedade de soluções que poderíamos ter. Planejamos o problema por ele ter em sua essência o teorema de Pitágoras e seus desdobramentos históricos, sua generalização matemática. Pretendíamos mostrar pela investigação o conceito em movimento, se transformando, fato comum na Matemática e importante para a formação científica de nosso aluno.

Conversamos com os alunos com a finalidade de envolvê-los na atividade proposta. E pedimos para que fossem expostos modelos matemáticos para a resolução do exercício.

Segundo Vygotsky (apud IVIC, 2010), as modalidades de assistência adulta na zona proximal são múltiplas: demonstrações de métodos que devem ser imitados, exemplos, questões que façam apelo à reflexão intelectual, controle de conhecimentos por parte do adulto, mas, também, e em primeiro lugar, colaboração nas atividades partilhadas como fator construtivo do desenvolvimento.

Depois de sanar as dúvidas iniciais dos alunos, iniciamos a atividade, passaram a se concentrarem na resolução propriamente dita do problema. No final, sem identificar os nomes, apresentaram as seguintes respostas.

Figura 8 – Resolução do problema motivador



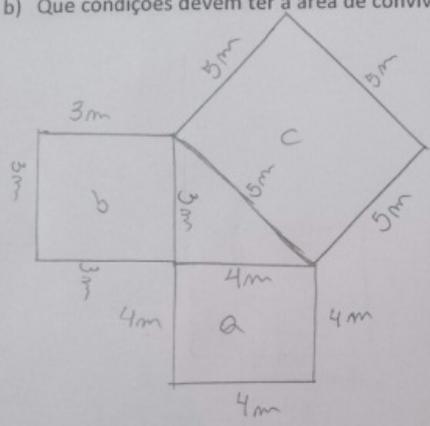
Fonte: exercício resolvido pelo grupo A, 2017.

Figura 9 – Resolução do problema motivador

exigência?

b) Que condições devem ter a área de convivência

a)



a área de lazer deve ser um triângulo retângulo, onde a soma das áreas a e b é igual a área C.

$$C^2 = a^2 + b^2$$

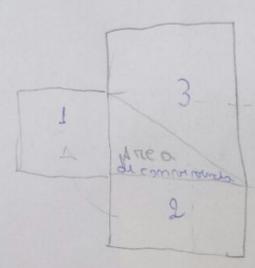
$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

$$25 = 16 + 9$$

b) a área de convivência deve ser um triângulo retângulo para que possamos obter as restrições indicadas pelo problema.

Fonte: exercício resolvido pelo grupo B, 2017.

Figura 10 – Resolução do problema motivador



a) QUE ÁREA DAS DUAS CASAS MENORES JUNTAS SEJA IGUAL A ÁREA DA TERCEIRA CASA OU SEJA O QUADRADO DA SOMA DAS DUAS CASAS TEM QUE SER IGUAL AO QUADRADO DA MAIOR. IMA

b) A ÁREA DE CONVIVÊNCIA DEVE SER EXATAMENTE UM TRIÂNGULO RETÂNGULO

Fonte: exercício resolvido pelo grupo C, 2017.

Através das respostas apresentadas pelos alunos, observamos que mesmo conhecendo o que estava sendo pedido no problema motivador, apenas um grupo apresentou uma resposta com mais detalhamento matemático atendendo às expectativas do que foi pedido no problema e os outros alunos apresentaram uma resposta direta sem muito detalhamento matemático, apresentando apenas um conhecimento empírico do assunto, incluindo uma interpretação errônea de uma figura.

Nesse primeiro momento deixamos os alunos a vontade para trabalhar o problema, não fizemos nenhuma intervenção, pois aproveitamos para diagnosticar a capacidade resolutive desses alunos numa situação não convencional, incomum no livro didático. As intervenções, questionamentos, mediação e intencionalidades foram trabalhadas a partir da análise dessa situação.

De acordo com Davydov (1988), os alunos se encontram na fase do conhecimento empírico, um tipo de conhecimento importante, pois a partir dele é que se chega ao conhecimento teórico. A característica principal deste conhecimento é que o escolar sabe descrever o objeto em questão (Teorema de Pitágoras) de forma superficial. Isso é notado a partir do momento em que o aluno descreve o resultado de maneira a não demonstrar ou explicar de forma cabal como obteve o resultado. Não podemos deixar de mencionar que o tipo de raciocínio utilizado é mecânico, não compreendendo o aspecto nuclear do objeto. Essa experiência realizada demonstra que o professor deve constantemente avaliar o conhecimento do aluno, para buscar soluções de modo que o aluno se aproprie do conceito estudado, utilizando uma didática que alcance resultados satisfatórios.

[...] professor necessita associar o aspecto lógico e o aspecto epistemológico do conteúdo a ser ensinado. Ou seja, não basta ao professor saber o conteúdo como conhecimento produzido cientificamente, ele precisa compreendê-lo como produto e também como processo. (FREITAS; ROSA, 2015, p. 620).

A experiência desse modo apontou caminhos de atuação. Assim, no terceiro momento da aula utilizamos um computador, *software PowerPoint* e o projetor de imagens para apresentar um pouco da história de Pitágoras. Começamos esse momento perguntando aos alunos o que eles sabiam sobre a vida de Pitágoras; o que eles tinham estudado sobre Pitágoras; se a história de Pitágoras foi vista no ensino médio; obtivemos as seguintes respostas: 28,5% responderam que o único conhecimento sobre a fórmula de Pitágoras era a fórmula $b^2 + c^2 = a^2$, o restante 71,5% não se manifestou. Sobre o contexto histórico 42,8% dos alunos responderam não terem visto o contexto histórico no período em que cursava o ensino médio,

o restante dos 57,2% não opinou sobre a pergunta referida. Sobre a pergunta do que os alunos conheciam sobre Pitágoras, 100% dos alunos relataram que ele foi o inventor da fórmula que diz: a hipotenusa ao quadrado é igual a soma dos quadrado dos catetos representado por: $b^2 + c^2 = a^2$, desses 100%, 28,5% tinham o conhecimento que além de matemático ele era estudioso da astronomia.

Notamos muito claramente, neste momento, que nenhum aluno mencionou a relação de áreas constitutivo da gênese do Teorema de Pitágoras, assim, emerge que as experiências sobre o assunto, embora um tema muito comum na tradição escolar, não foi significativo como deveria. Com isso constatamos mais uma vez a empiria de seus conhecimentos sobre esse contexto. Davydov (1988) ressalta a importância do conhecimento no contexto social e histórico que é de suma valia para mostrar aos escolares a importância social do objeto e os motivos de sua permanência no contexto científico. De acordo com a teoria do ensino desenvolvimental, esse contato com a história do objeto estudado contribui para o movimento do ensino-aprendizagem, onde o aluno pode compreender o objeto em sua estrutura interna, acessar o nuclear do conceito, conhecendo-o teoricamente.

Segundo Vygotsky (1984), essa breve experiência com os alunos sobre a história do objeto a ser estudado, deu-nos a oportunidade para atuar na zona de desenvolvimento proximal do aluno, uma vez que a atividade proposta sobre história se propunha a apresentar ao aluno o movimento lógico e histórico do objeto.

Iniciando a nossa explicação, falamos um pouco quem foi Pitágoras, mostrando seu contexto social, onde nasceu, o ano que nasceu, sua infância, seus possíveis orientadores, suas viagens, sua escola, seus discípulos e os conhecimentos atribuídos a ele. Apresentamos uma breve história sobre a contribuição de Pitágoras na música, astronomia, a teoria dos números e a filosofia. Nesse momento o aluno B indagou: “Professor, eu sabia que Pitágoras era apenas matemático e tinha uma relação com a música, mas que ele era envolvido com a astronomia e filosofia para mim é novidade”. Essa fala mostra um momento especial da aula, momento em que aproveitamos certa motivação do aluno para debater sobre a história do objeto com mais profundidade. Mediante a perguntas buscamos pontos chaves onde os licenciandos não conhecia sobre Pitágoras e que através da apresentação eles puderam conhecer mais sobre esse legado deixado por Pitágoras.

Na medida em que o aluno consegue compreender o conhecimento do contexto histórico do objeto, que até aquele momento era desconhecida, o professor foi capaz de contribuir para sua formação científica. Segundo Freitas e Rosa (2015, p. 615):

Consequente a esta concepção de docência, ensinar é proporcionar ao aluno formas de apropriar-se dos conteúdos culturais e científicos produzidos historicamente pela humanidade, apropriando-se também de habilidades cognitivas correlatas a estes conteúdos, tais como capacidade de estabelecer relações conceituais, de elaborar análises e sínteses, de pensar teoricamente os objetos de conhecimento, de refletir criticamente sobre a realidade e de utilizar os conhecimentos para orientar-se e agir nesta realidade.

Segundo Freitas e Rosa (2015), buscar meios para ensino-aprendizagem com métodos de transformação do sujeito é fundamental para uma compreensão mais crítica e aprofundada. O intuito de apresentar o contexto histórico do Teorema de Pitágoras aos alunos era fazer com que eles compreendessem a história do objeto estudado, com a finalidade de demonstrar a sua importância em seu contexto social, histórico e científico. Segundo Davydov (1988, p. 91), “para compreender a essência da atividade de aprendizagem é necessário seguir o processo de sua formação na história da sociedade”. Como foi dito acima, muitos alunos não tinham conhecimento do movimento histórico do objeto estudado, ao decorrer dessa apresentação observamos que alguns licenciandos em matemática despertaram interesse em conhecer um pouco mais sobre esse caminho histórico apresentado a eles. Mas isso era uma parte da apresentação histórica, além disso, buscamos a gênese do objeto, o que foi realizado na sequência.

Seguindo com a aula a ideia era apresentar como o teorema de Pitágoras era apresentado em outras culturas. Na matemática chinesa, relatos sobre o livro *Nove capítulos de arte matemática de Chóu-peï*, no capítulo 9, apresenta um diagrama sem muitos detalhes matemáticos que representa uma demonstração geral do Teorema de Pitágoras.

Figura 11 – Diagrama de Chóu-Peï

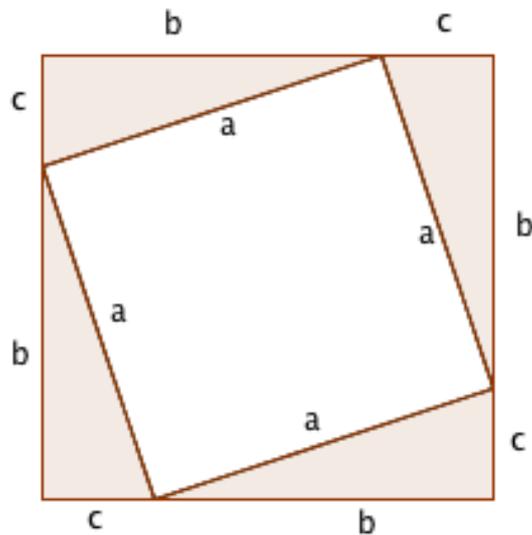


Fonte: Pinterest.²

² Disponível em: <<https://br.pinterest.com/marialagarto/pythagoras-pit%C3%A1goras/>>. Acesso em: 28 nov. 2017.

A partir dessa figura podemos fazer uma demonstração do Teorema de Pitágoras. Consiste em calcular a área da figura de dois modos diferentes, a partir dos quadrados internos. Se dividirmos os quadrados em negrito, como na figura 12, deduzimos os resultados, do seguinte modo: $(b + c)^2 = 2bc + a^2$, de onde segue a relação pitagórica.

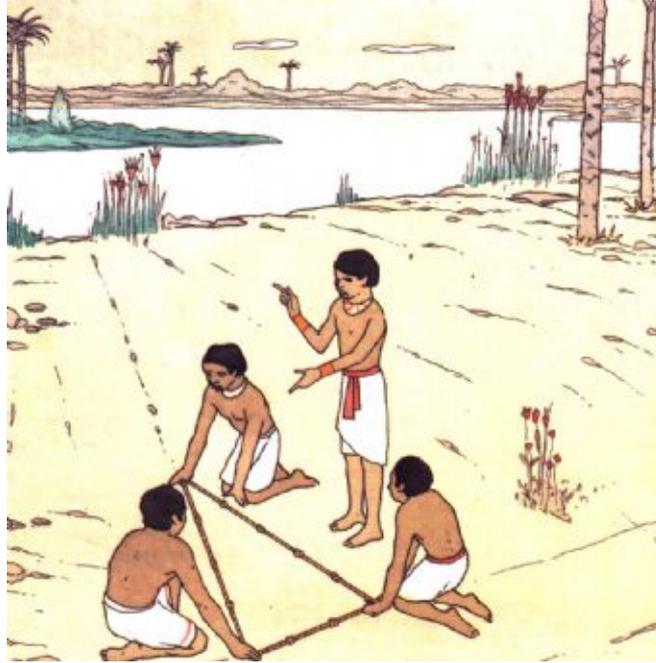
Figura 12 – Teorema de Pitágoras



Fonte: elaborado pelo autor, 2017.

Falamos sobre o triângulo 3, 4 e 5 e como o povo egípcio utilizava esse triângulo na demarcação de terras, utilizando cordas de 12 nós.

Figura 13 – Ilustração dos triângulos 3, 4 e 5 utilizando cordas de 12 nós



Fonte: BLOG DA ΜΔπΣΜΔπΦϕΔ, 2010.³

Apresentamos o berço da matemática demonstrativa, os babilônios, especificamente a tábula Plimpton 322, onde os ternos pitagóricos são encontrados pela primeira vez.

Figura 14 - Tábula Plimpton 322



Fonte: Uned, 2007.⁴

³ Disponível em: <<http://cecamat.blogspot.com.br/2010/09/teorema-de-pitagoras-o-teorema-de.html>>. Acesso em 28 nov. 2017.

⁴ Disponível em:

Sobre conhecimentos atribuídos a Pitágoras, apresentamos os números amigáveis. Os alunos relataram que nunca tinham estudados esses números. Através do relato dos alunos observamos a grande predominância do pensamento empírico enraizado no sistema do ensino escolar. Para Davydov (1988), a principal função da escola é proporcionar aos alunos inúmeras possibilidades para que eles alcancem e se aproprie do conhecimento adquirindo um pensamento teórico.

No quarto momento foi apresentado aos alunos um vídeo,⁵ cujo título é “A História da Matemática”, com 15 min e 21 segs., mostrando um pouco mais da vida, das realizações de Pitágoras, a região, o contexto social e cultural. A ideia foi mostrar aos alunos imagens reais de onde se passou toda a história de Pitágoras.

Finalizando o vídeo, fizemos um breve diálogo com intuito de saber se o contexto histórico, depois da apresentação do vídeo e da explicação apresentada foi importante para o conhecimento do contexto onde Pitágoras prosperou. O aluno E relata que:

Toda essa história que você apresentou, observei que o Teorema de Pitágoras no final não era de Pitágoras, porque muita gente já utilizava esse método. Se os professores ensinassem isso para seus alunos abriria mais a mente deles. Eles iam ver que mesmo a fórmula sendo de Pitágoras essa fórmula já era conhecido antes mesmo que ele.

Nesse momento, intervimos, no sentido de mostrar ao aluno a mudança de pensamento que ocorreu na sociedade grega. Os gregos inauguraram a matemática enquanto ciência axiomática, postulacional, dedutiva. Fato jamais encontrado em outras civilizações. Segundo Libâneo e Freitas (2013, p. 331), “[...] a necessidade dos alunos de se apropriarem da experiência social e histórica da humanidade, ou seja, os objetos de conhecimento” se fazem importantes para se estruturar uma atividade de estudo, visando alcançar a essência do objeto e internalizar os conceitos.

Ao finalizar essa parte da apresentação perguntamos aos alunos se eles teriam conhecimento sobre esse contexto histórico. As respostas foram todas negativas, para eles esta informação estava sendo algo novo. Importante ressaltar que:

Em outras palavras, na atividade de aprendizagem os alunos se apropriam das ações mentais que permitiram às gerações anteriores produzirem os

<<http://www2.uned.es/geo-1-historia-antigua-universal/ASIRIA/BABILONIA/PLIMTOM%20322.htm>>. Acesso: 28 nov. 2017.

⁵ Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=o2jpUDIYI64&list=PLK7i9Z2thucyMA9tg60BlhmzA3JM_FtaU>. Acesso em: 28 nov. 2017.

conceitos que ele, aluno, está aprendendo agora como conteúdo escolar. Os alunos se apropriam e reproduzem em sua atividade pensante, os objetos histórica e culturalmente produzidos por gerações e gerações de cientistas e que foram sendo acumulados e tornados um conhecimento coletivo. Aprendendo desse modo os alunos convertem, ativamente, o conhecimento coletivo em um conhecimento individual. Convertem em suas, as ações mentais humanas outrora criadas e utilizadas por pesquisadores de todas as áreas, por artistas, poetas, linguistas etc. (FREITAS, 2012, p. 4).

Com essa aula, observamos que os alunos participantes do experimento didático formativo em seu período escolar não tiveram contato algum com o contexto histórico, Davydov (1988), relata a importância do conhecimento sobre o contexto histórico do objeto estudado fazendo com que o sujeito tenha um olhar amplo sobre o tema.

Deixamos para a segunda aula a apresentação do aspecto nuclear do objeto, ou seja, a realização do movimento do abstrato para o concreto. Devido a riqueza de argumentos para fazer tal, escolhemos inicialmente algumas argumentações simplificadas, a fim de conduzir, gradativamente o aluno à essência do objeto.

3.2.4.1 Relato sobre a segunda aula

Nesta segunda aula, utilizamos o laboratório de informática e o *software* GeoGebra. Fizemos um breve resumo sobre a aula anterior, destacando os principais pontos sobre a história de Pitágoras. Perguntamos aos alunos se havia alguma dúvida sobre o assunto da aula anterior e todos disseram que estavam esclarecidos todos os pontos.

No laboratório de informática que aplicamos o experimento, não estava instalado o *software* GeoGebra, então pedimos para que os alunos acessassem o *site*⁶ para iniciarmos a instalação do *software* e em seguida a aula. Entretanto não pudemos realizar essa tarefa devido a dificuldades técnicas. As instalações de *software* em laboratórios de informática de instituições são realizadas por funcionários específicos, ou seja, o técnico responsável pelo laboratório. Assim, utilizamos o *software* disponível *online*.

Baseando no questionário socioeconômico entregue aos alunos no primeiro encontro, percebemos que a maior parte da turma já teve acesso ao *software* GeoGebra, mesmo assim, fizemos uma breve apresentação das ferramentas do programa.

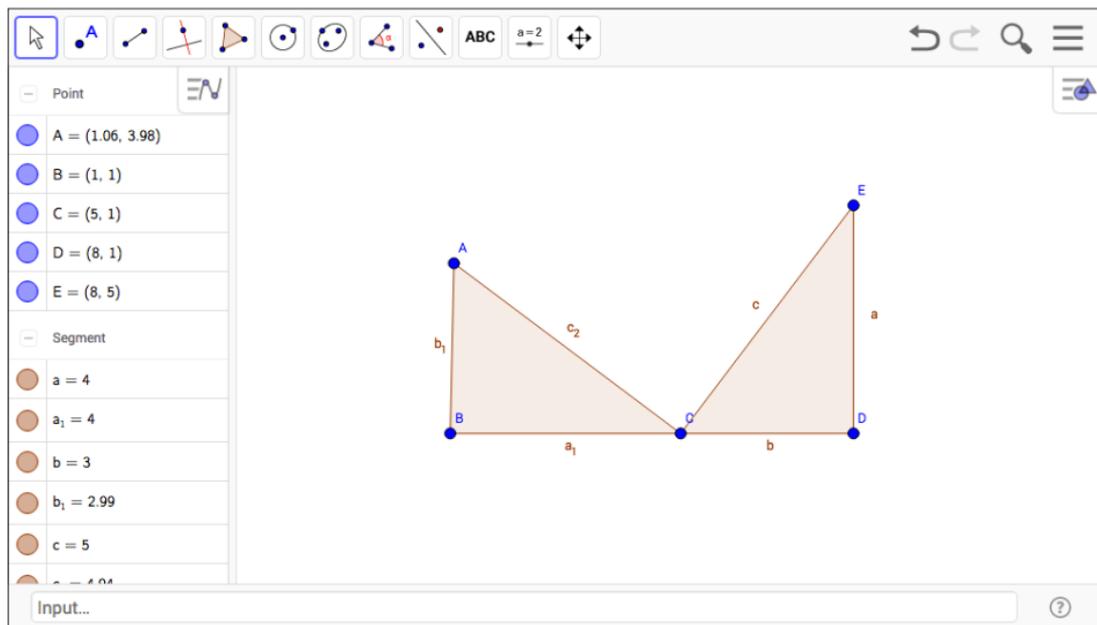
Para introduzir o conteúdo fizemos, nós e os alunos, uma demonstração do Teorema de Pitágoras conhecida como demonstração do Presidente Garfield.

⁶ Disponível em: <<https://www.GeoGebra.org/m/h7Vq2G4g>>. Acesso em: 28 nov. 2017.

Essa demonstração seria uma primeira experiência no sentido de torná-lo concreto aos alunos, utilizando o movimento do abstrato para o concreto (DAVYDOV, 1988). “O abstrato e o concreto são momentos do desmembramento do próprio objeto, da realidade mesma, refletida na consciência e por isso são derivados do processo da atividade mental” (DAVYDOV, 1988, p. 83). A seguir descrevemos como foi esse processo.

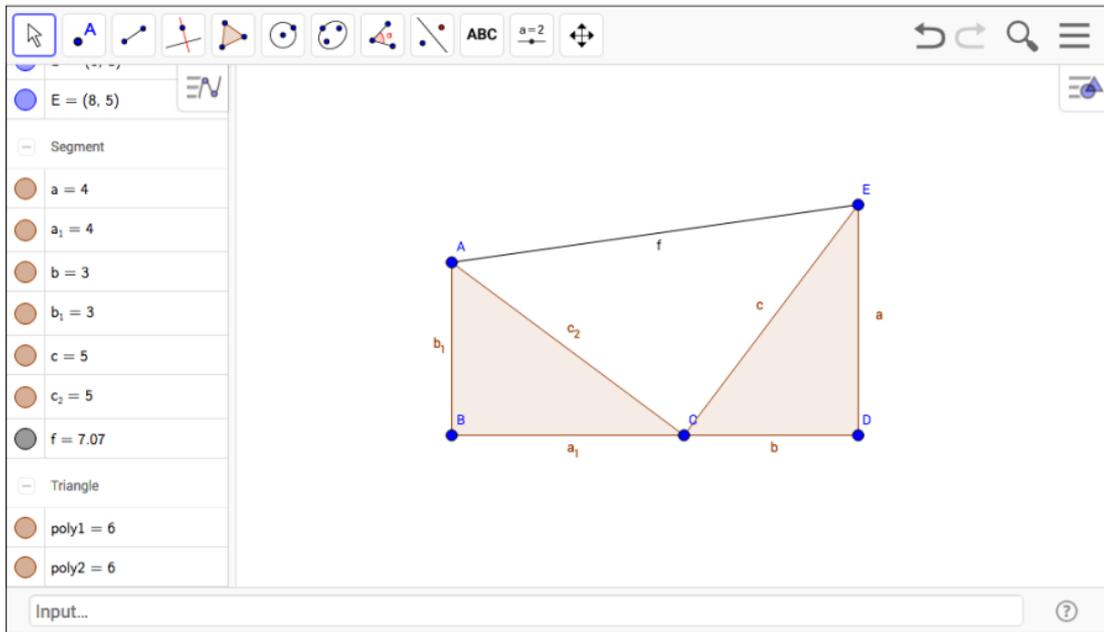
Pedimos aos alunos que desenhassem dois triângulos retângulos idênticos e que em seguida acomodassem os dois triângulos, como mostra a Figura 15. Solicitamos que eles formassem um trapézio a partir dessas figuras. Deixamos os alunos discutirem entre eles até chegar a um consenso. Indagamos a eles o que seria um trapézio. Aproveitamos para agir na zona de desenvolvimento real e proximal do aluno (VYGOTSKY, 1984), fazendo perguntas e intervenções no sentido de conduzi-los ao conceito de trapézio e como calcular sua área, uma vez que, boa parte dos alunos não conseguiram caracterizar o polígono corretamente.

Figura 15 – Construção da demonstração



Fonte: imagem retirada da tela do aluno A, 2017.

Figura 16 – Construção da demonstração



Fonte: imagem retirada da tela do aluno B, 2017.

Depois de várias tentativas e orientações mediadas, os alunos conseguiram chegar a figura 16 acima. Perguntei aos alunos sobre o que eles podem dizer sobre essa figura? Obtemos as seguintes produções de significados: “Esse trapézio está deitado. A base menor é b_1 , a base maior é o “ a ” e a altura é a soma de $a_1 + b$ ”; “São triângulos retângulos, pois o lado AB e BC formam ângulos de 90° , o lado CD e DE formam ângulos de 90° e os lados AC e CE formam ângulos de 90° ”. As respostas compartilhadas mostraram que a mediação surtiu efeito e que os alunos conseguiram avançar no entendimento do conceito.

A pergunta seguinte, a fim de conduzi-los a relação pitagórica, era como poderíamos calcular a área do trapézio, e se tinha mais de uma forma de fazê-lo.

Um dos alunos chegou à conclusão que se os triângulos estão inscritos do trapézio, basta somar as áreas dos triângulos e igualar a área do trapézio. Depois de compartilhar essa observação, percebemos que todos compreenderam que era possível calcular a área pelo menos por dois modos distintos. Isto é, usando a fórmula do trapézio diretamente ou somando as áreas do triângulo. Isso está de acordo com a teoria histórico cultural que afirma que o conhecimento é muitas vezes compartilhado socialmente (VYGOTSKY, 1984).

Com essa observação chegamos a demonstração feita por Garfield, a saber, organizando as fórmulas: $A_{T1} = \frac{b \cdot a}{2}$, $A_{T2} = \frac{a \cdot b}{2}$, $A_{T3} = \frac{c^2}{2}$, $A_{\text{Trapézio}} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$, do seguinte modo:

$\frac{b \cdot a}{2} + \frac{a \cdot b}{2} + \frac{c^2}{2} = \frac{(a+b) \cdot (a+b)}{2}$. A partir disso, solicitamos aos alunos o que poderia ser feito. Como resposta, afirmaram que poderíamos tirar o mínimo múltiplo comum, que poderíamos cancelar o denominador, uma vez que são iguais. Assim, o fizemos. Em seguida, todos foram unânimes em afirmar que deveríamos efetuar o cálculo indicado e em seguida cancelar os termos semelhantes e chegar numa equivalência que é a relação pitagórica: $b^2 + c^2 = a^2$. Foi importante argumentar sobre a forma de obter o conhecimento matemático, a partir de uma equivalência verdadeira, podemos chegar a outras.

Mostramos aos alunos que essa relação responde à questão do problema inicial, ou seja, em todo triângulo retângulo vale a relação de áreas procurada.

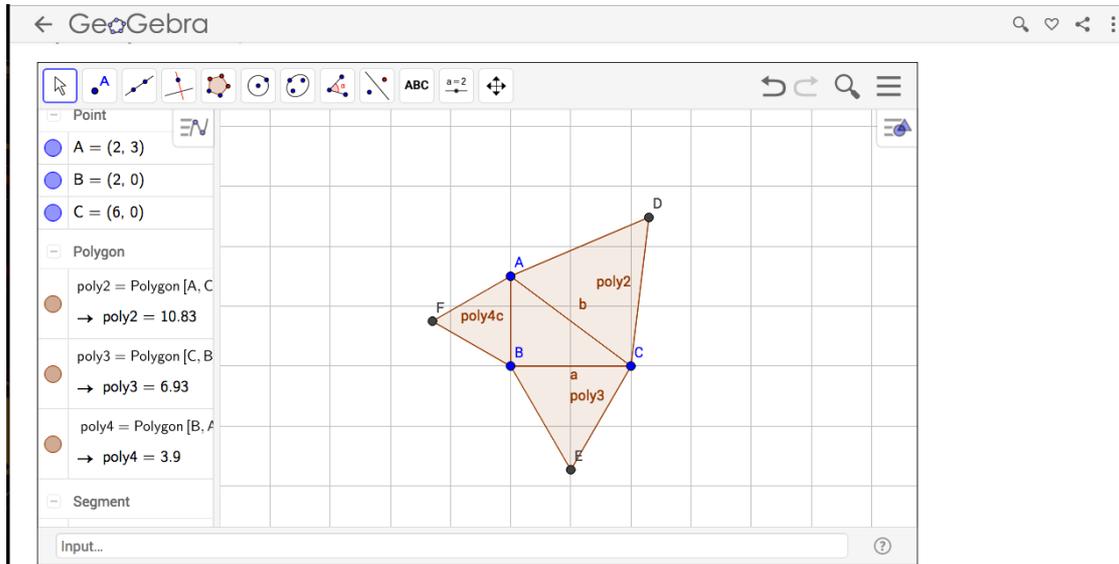
Exposta essa parte da atividade, perguntamos ao grupo se não existiriam outras soluções para o problema inicial e explicamos que do ponto de vista da Matemática, um problema está resolvido quando exploramos todos os casos possíveis, a chamada generalização matemática, ou quando mostramos que não há solução. Isso seria o início do processo de generalização do teorema, seus desdobramentos culturais e sociais, ao longo da história da matemática. Para Vaz (2012), o aluno precisa acessar esse movimento de generalizar para conhecer o conceito em sua generalidade.

Para iniciarmos o processo de generalização, planejamos uma atividade e a dividimos em três partes. A primeira foi destinada a resolução do problema, argumentando que poderíamos utilizar triângulos equiláteros. Segundo Libâneo (1994, p. 82), a aprendizagem organizada:

É aquela que tem por finalidade específica aprender determinados conhecimentos, habilidades e normas de convivência social. Este tipo de aprendizagem é transmitido pela escola, que é uma organização intencional, planejada e sistemática, as finalidades e condições da aprendizagem escolar é tarefa específica do ensino.

Foi neste sentido que sugerimos aos alunos investigarem o caso do triângulo equilátero, pensando a ação pedagógica como ação intencional, planejada e sistemática. Assim, pedimos para que os alunos utilizassem o *software* GeoGebra e fizessem novamente um triângulo retângulo e sobre os seus lados desenhasse um triângulo equilátero, como ilustra a Figura 17.

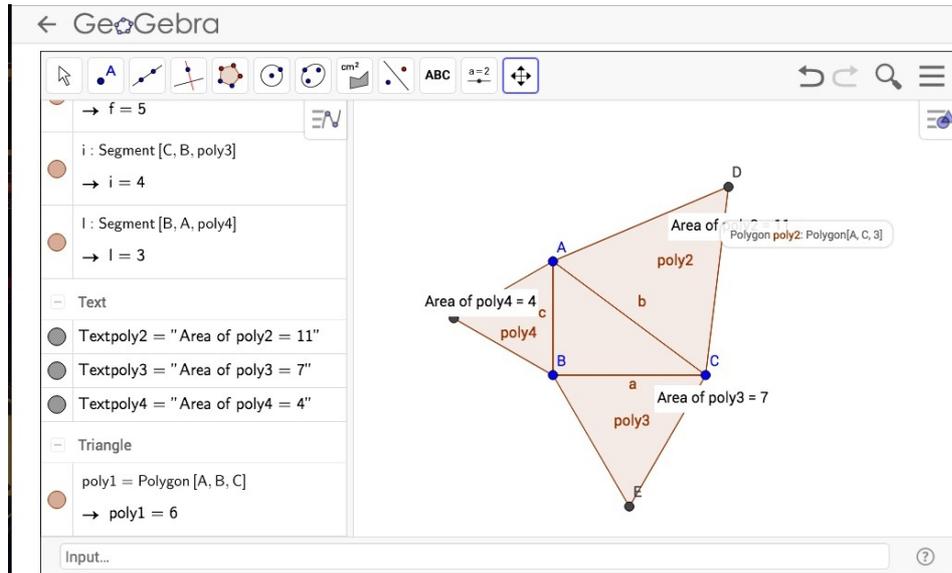
Figura 17 – Polígono Regular de 3 lados



Fonte: imagem retirada da tela do aluno C, 2017.

Feito esse procedimento instigamos os alunos perguntando se a relação de áreas solicitada no problema motivador era satisfeita. Para estimular a busca pelas respostas, questionamos o que poderíamos fazer para enxergarmos isso de modo experimental e empírico, a partir da utilização do *software*. Percebemos dificuldades no entendimento da pergunta, então chamamos a atenção para que observassem a relação entre álgebra e geometria disponíveis nas janelas algébricas e geométricas do *software*, chamando a atenção para os triângulos equiláteros que estavam desenhados sobre os lados do triângulo retângulo, como requeria o problema motivador. Desse modo, os alunos conseguiram visualizar na janela algébrica que a soma das áreas dos dois triângulos construídos sobre os catetos é igual a área do triângulo equilátero construído sobre a hipotenusa. Embora tendo experimentado isso não é suficiente para afirmarmos sua validade. Utilizamos essa demonstração visual para que o aluno experimentasse, interagisse com o objeto, com a finalidade de observá-lo em diversas posições, amadurecendo seu pensamento. Ainda solicitamos aos alunos acionar a ferramenta “área” disponível na barra de ferramentas do GeoGebra e clicar sobre as figuras desenhadas.

Figura 18 – Polígono Regular de 3 lados

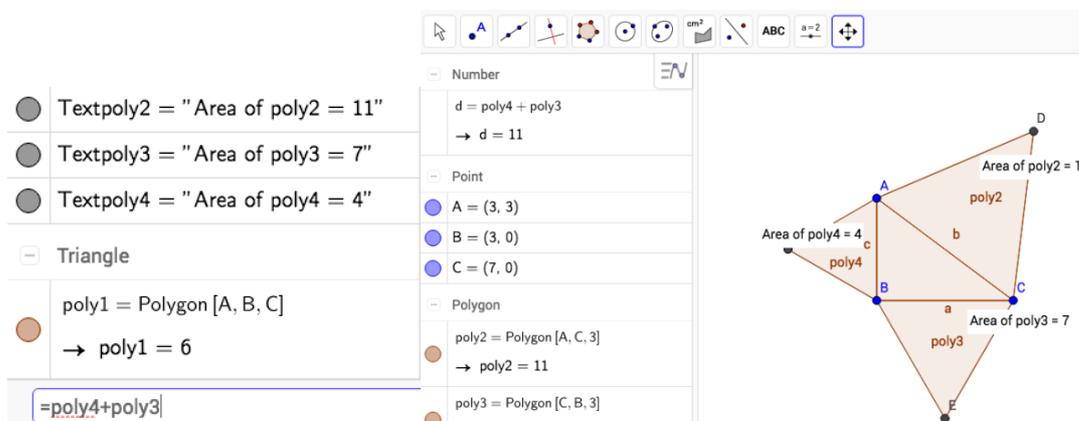


Fonte: imagem retirada da tela do aluno F, 2017.

Chamando a atenção que na janela algébrica do GeoGebra no canto esquerdo é apresentado as áreas de cada polígono. No caso dessa figura, está representado por “*Textpoly2*, *Textpoly3* e *Textpoly4*”.

Na janela de entrada “input” no canto inferior, solicitamos aos alunos que somassem os dois polígonos “*poly4 + poly3*”. Fazendo isso, o *software* apresenta o resultado no canto superior da janela algébrica apresentada pelo ponto “d” como demonstra a imagem a seguir.

Figura 19 – Janela algébrica / Janela gráfica



Fonte: imagem retirada da tela do aluno B, 2017.

A cada passo realizado perguntávamos aos alunos sobre a experiência, com a finalidade de envolver o aluno no contexto estudado e descobrir se estava havendo o movimento abstrato para o concreto.

[...] o pensamento teórico se realiza em duas formas fundamentais: 1) pela análise dos dados reais e sua generalização separa-se a abstração substantiva, que estabelece a essência do objeto concreto estudado e que se expressa no conceito de sua “célula”; 2) depois, pelo caminho da revelação das contradições nesta “célula” e da determinação do procedimento para sua solução prática, segue a ascensão a partir da essência abstrata e da relação universal não desmembrada, até a unidade dos aspectos diversos do todo em desenvolvimento, ao concreto (DAVYDOV, 1988, p. 86).

Tal forma de pensamento exposta por Davydov são estabelecidas pelo processo de solução de tarefas. Esse movimento do abstrato para o concreto é um movimento essencial para a dialética de pensamento.

E uma das perguntas foi: o que vocês podem observar mediante a essa figura? Um dos alunos respondeu: “A soma das áreas dos dois triângulos inscritos sobre os catetos do triângulo retângulo é exatamente a área do triângulo inscrito sobre a hipotenusa”. A partir dessa observação todos concordaram com a fala do colega.

A questão a seguir seria formalizar os cálculos para verificar a validade da propriedade para todos os triângulos equiláteros, dentro de uma argumentação adequada.

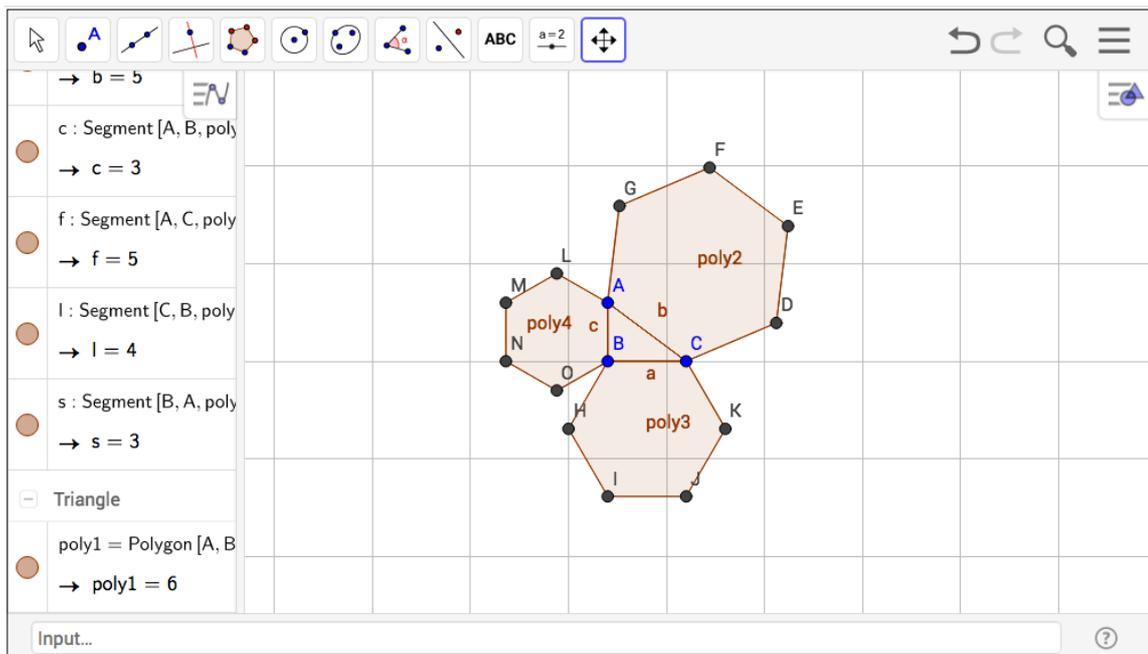
Para trabalhar essa ideia com os alunos, fizemos várias investidas em forma de perguntas direcionadas, atuando novamente na zona de desenvolvimento proximal do aluno, como exemplo: “O que faço para demonstrar isso?” “Qual a área do triângulo equilátero?” “O que devemos fazer agora?” Diante das respostas obtidas, notamos que os alunos não se lembravam da fórmula para calcular a área do triângulo equilátero, pelos menos de imediato. Assim, exploramos essa deficiência, até que um aluno chegasse a conclusão que a área de um triângulo equilátero é dada por $\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$. Explicamos como obter essa fórmula e, uma vez compreendida pelos alunos, voltamos a perguntar como poderíamos demonstrar que aquela relação de área visualizada no *software* era verdadeira para todos os triângulos equiláteros, construídos sobre os lados do triângulo retângulo. Um aluno chegou na seguinte relação matemática: Se, $S_a = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ e $a^2 = b^2 + c^2$, então $\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{b^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + \frac{c^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$. Isto é, o aluno substituiu a relação $b^2 + c^2 = a^2$, na fórmula inicial e distribuiu a multiplicação chegando às fórmulas dos outros triângulos, estabelecendo o resultado. Neste ponto, perguntamos aos outros alunos se eles tinham compreendido o argumento. Notamos que seria necessário realizar mais algumas

considerações. Calculamos separadamente a área de cada triângulo e mostramos que a relação estava correta. É importante ressaltar que a maioria dos alunos não se lembravam ou não tinha esse conhecimento apropriado, por isso foi importante atuar novamente na zona de desenvolvimento dos alunos.

Nesta parte ressaltamos o que diz a teoria vygotskyana, o conhecimento é coletivo, socializado (VYGOTSKY,1984). A partir do momento que um dos alunos conseguiu elaborar uma argumentação, de seu compartilhamento e da atuação na zona de desenvolvimento proximal, fizemos com que todos os outros alunos também conseguissem a apropriação do conhecimento.

A próxima questão seria perguntar se outro polígono regular poderia ser solução do problema motivador. A demonstração para um polígono regular de quatro lados era conhecida por todos, a partir do primeiro procedimento, o próprio teorema de Pitágoras. Então prosseguimos investigando e preferimos partir para um polígono regular de 6 lados. O caminho a ser trilhado era praticamente o mesmo. Pedimos para que os alunos desenhassem um polígono regular de 6 lados sobre os lados do triângulo retângulo e perguntamos a eles se a relação do Teorema de Pitágoras era válida para um polígono regular de 6 lados?

Figura 20 – Polígono Regular de 6 lados



Fonte: imagem retirada da tela do aluno F, 2017.

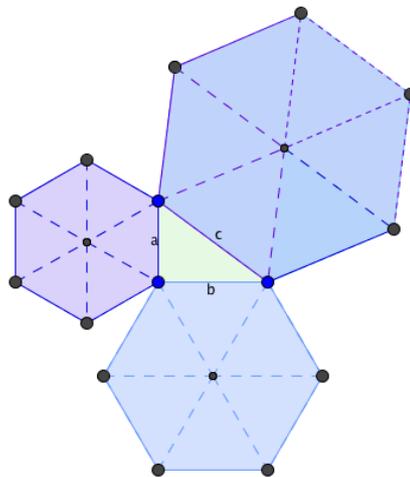
Os alunos participantes chegaram, depois de mediações pedagógicas, às seguintes conclusões: podemos pegar a área do polígono de 6 (seis) lados e dividir em 6 (seis) triângulos equiláteros, aí fica 6 (seis) vezes a área do triângulo equilátero do polígono 1 (um) igual 6 (seis) vezes a área do triângulo equilátero do polígono 2 (dois) mais 6 (seis) vezes a área do triângulo equilátero do polígono 3. Nesta passagem, notamos certa maturidade dos alunos que se justificaram dizendo que já tinham trabalhado algo parecido com o professor em conteúdos anteriores. Rego destaca essa convivência com pessoas mais experientes para firmamento de aprendizagem do sujeito.

No cotidiano escolar, a intervenção "nas zonas de desenvolvimento proximal" dos alunos é de responsabilidade (ainda que não exclusiva) do professor visto como o parceiro privilegiado, justamente porque tem maior experiência, informações e a incumbência, entre outras funções, de tornar acessível ao aluno o patrimônio cultural já formulado pelos homens e portanto, desafiar através do ensino os processos de aprendizagem e desenvolvimento infantil. (REGO, 1995, p. 115).

Vygotsky (1993) relata que uma das principais funções do educador é favorecer a aprendizagem ao aluno servindo como mediador de aprendizagem.

O terceiro momento, reservamos para a generalização do Teorema de Pitágoras para polígonos regulares de n lados. Apresentamos a seguinte figura aos participantes, para, a partir dela realizar o experimento. Isto é, utilizamos um hexágono para a partir dele mostrarmos o procedimento geral.

Figura 21 – Representação de um polígono regular de n lados

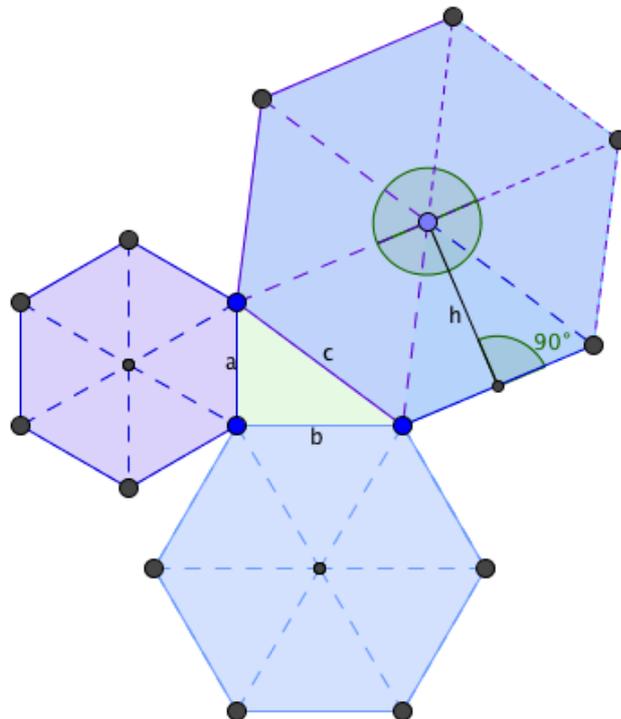


Fonte: elaborado pelo autor, 2017.

Suponha três polígonos regulares de 6 lados construídos sobre os lados do triângulo retângulo, conforme a figura acima. E perguntamos qual relação que eles poderiam tirar? Como poderíamos calcular a área decompondo-a por triângulos?

Para essa generalização, contamos com a participação dos alunos envolvidos, um dos participantes argumentou que deveríamos traçar a altura dos triângulos e calcular pela fórmula da tangente.

Figura 22 – Ilustra a resposta do aluno



Fonte: elaborado pelo autor, 2017.

Para prosseguir, encontramos dificuldades em uma nova relação, então intervimos fazendo o seguinte questionamento: Se a medida do ângulo central é igual a 360° e esse ângulo foi dividido em 6 partes e depois que traçamos a altura em cada triângulo, qual o valor do ângulo assim obtido? Como poderíamos escrever isso matematicamente? Um dos alunos argumentou que o ângulo central seria obtido dividindo 360° por 6, o que daria 60° , em seguida dividiria por 2, pois a altura seria a bissetriz.

Uma vez compartilhado, realizamos a formalização do seguinte modo. A área do hexágono sobre a hipotenusa seria: $6 \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3(b^2+c^2)\sqrt{3}}{2} = \frac{3b^2\sqrt{3}}{2} + \frac{3c^2\sqrt{3}}{2}$, o que valida o

resultado, pois as duas parcelas finais representam a soma das áreas dos hexágonos sobre os catetos.

Nossa avaliação, até o presente momento do experimento, apontava que os alunos tinham entendido o raciocínio. Assim, resolvemos finalizar, mostrando que em geral, qualquer polígono regular de n lados poderia ser uma solução para o problema.

Quando propomos aos alunos envolvidos que pensassem sobre essa generalização, um dos alunos fez a seguinte relação: $\theta = \frac{360^\circ}{2n} = \frac{180^\circ}{n}$, com isso calculamos a tangente e encontramos a altura em função do lado.

Pedimos para que os alunos relatassem matematicamente: $\theta = \frac{180^\circ}{n}$, $h = \frac{a/2}{\text{Tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$, $h = \frac{a}{2\text{Tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$. Logo, para calcular a soma da área de n triângulos equiláteros, temos que:

$A(\text{triângulo}) = \frac{a \cdot \frac{a}{2\text{Tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}}{2} = \frac{a^2}{4\text{Tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$. Assim, a área do polígono regular de n lados sobre a

hipotenusa é: $\frac{na^2}{4\text{Tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$, uma vez que há n triângulos idênticos, e como: $a^2 = b^2 + c^2$, então:

$\frac{na^2}{4\text{Tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)} = \frac{n(b^2+c^2)}{4\text{Tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)} = \frac{nb^2}{4\text{Tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)} + \frac{nc^2}{4\text{Tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$. Como a área do polígono regular sobre o cateto b é:

$\frac{nb^2}{4\text{Tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$ e sobre o cateto c é: $\frac{nc^2}{4\text{Tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$. Então temos a generalização.

Mediante as intervenções feitas durante o experimento segundo Libâneo (2004, p. 19):

A ideia do ensino com pesquisa é a de que o professor faça pesquisa enquanto ensina, presente na noção de ensino como “experimentação formativa”, em que o professor intervém ativamente por meio de tarefas nos processos mentais das crianças e produz novas formações por meio dessa intervenção.

As intervenções feitas durante a apresentação do experimento tinham o intuito possibilitar momentos para os licenciandos produzirem conhecimento sobre o objeto de estudo.

3.4 Aplicação da avaliação final

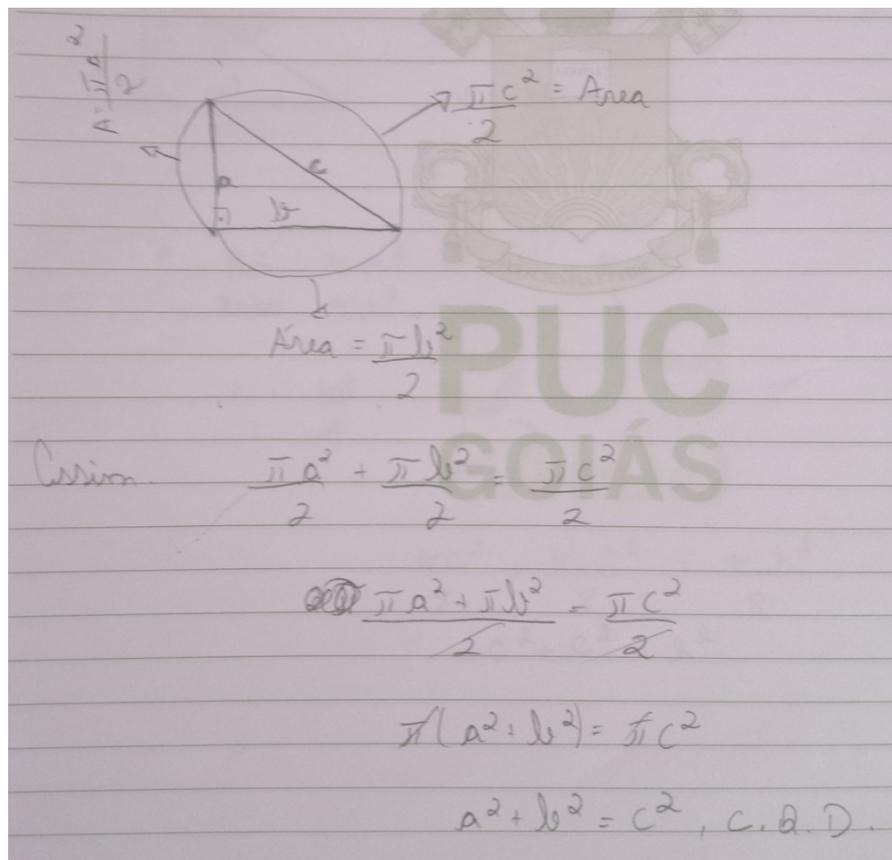
Nesse encontro dividimos a aula em dois momentos, o primeiro para uma apresentação de uma demonstração no qual se acredita ser a de Pitágoras que se encontra em (apêndice V) e, em seguida, a aplicação de uma avaliação com a finalidade de verificar o

conhecimento do aluno adquirido no período da aplicação do experimento didático formativo sobre o tema.

Para Davydov (1988), podemos dizer que um escolar compreendeu um objeto teoricamente, quando ele for capaz por meio do conhecimento produzido resolver situações problemas. Assim, na linha do raciocínio realizado, entregamos ao aluno o seguinte problema: “Vimos que o Teorema de Pitágoras é válido para qualquer polígono regular. Validada essa relação, podemos afirmar que o Teorema de Pitágoras também é válido para a área de um semicírculo escrito sobre os lados de um triângulo retângulo?”.

Destacaremos três respostas dadas por eles.

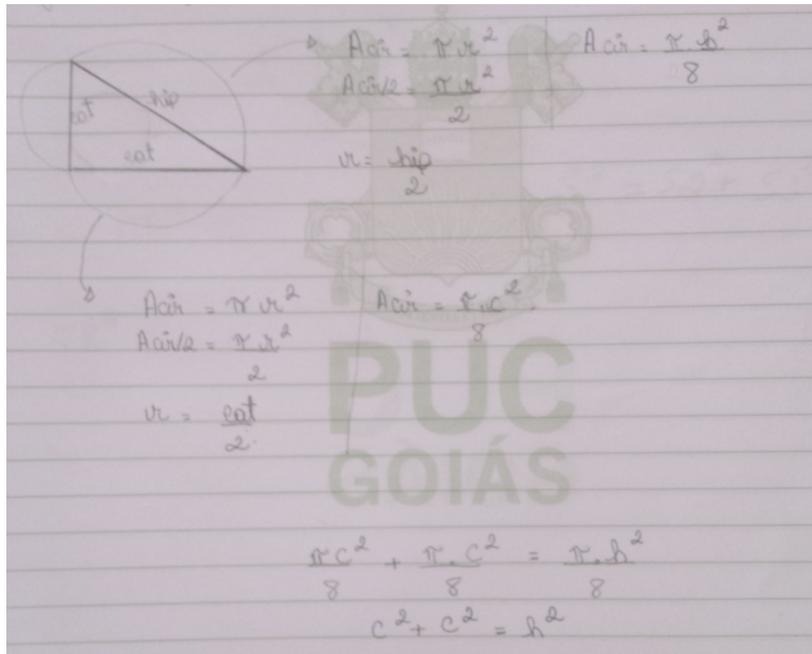
Figura 23 – Resposta da avaliação final



Fonte: resposta do aluno A, 2017.

Neste caso, notamos que o aluno faz o caminho contrário. Parte da suposição em que a relação entre as áreas dos semicírculos existe e, partir disso, tenta deduzir o Teorema de Pitágoras. Além do mais, o aluno parte de uma relação falsa, ou seja, assume que $A = \frac{\pi a^2}{2}$ é a área do semicírculo de raio $a/2$.

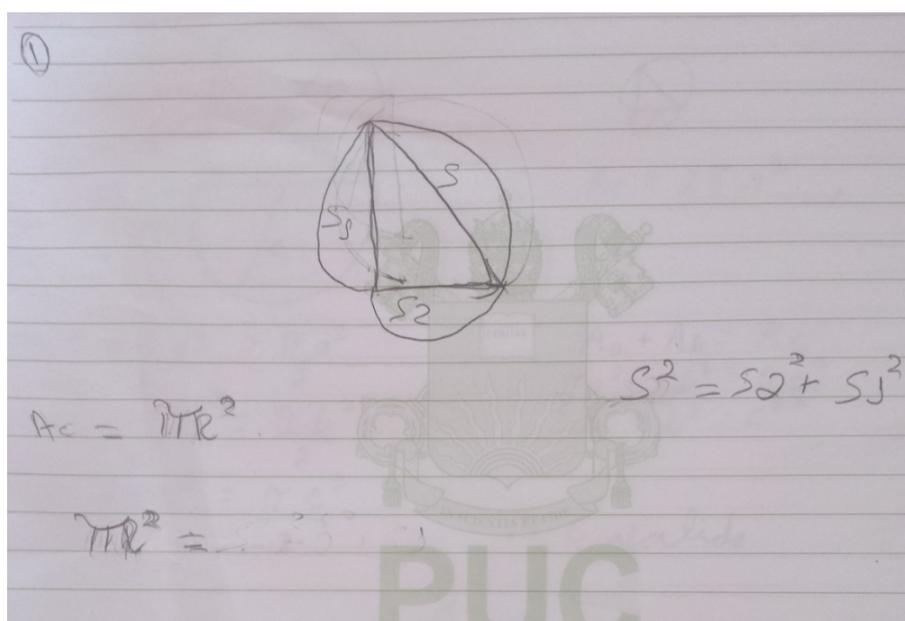
Figura 24 – Resposta da avaliação final



Fonte: resposta do aluno B, 2017.

Neste caso, notamos que o aluno, faz também o caminho contrário. Parte da suposição em que a relação entre as áreas dos semicírculos existe e, partir disso, tenta deduzir o Teorema de Pitágoras, calculando corretamente o valor das áreas dos semicírculos envolvidos.

Figura 25 – Resposta da avaliação final



Fonte: resposta do aluno C, 2017.

Neste caso, notamos que o aluno, não estabelece nenhuma relação científica, apenas escreve o resultado que deveria ser demonstrado.

Então observamos que os alunos não conseguiram compreender a questão principal que seria demonstrar e generalizar o pensamento matemático. No geral, a turma estabeleceu a igualdade de áreas como hipótese e chegaram ao teorema de Pitágoras. Justamente o contrário que deveria ser feito. Em especial, destacamos a resolução de um aluno que não compreendeu a problemática proposta. A avaliação nos permitiu perceber que, embora durante o experimento didático formativo, os alunos se mostraram entender o assunto, na validação percebemos que eles continuaram na empiria, não avançando na interpretação e no entendimento do que é o pensamento matemático.

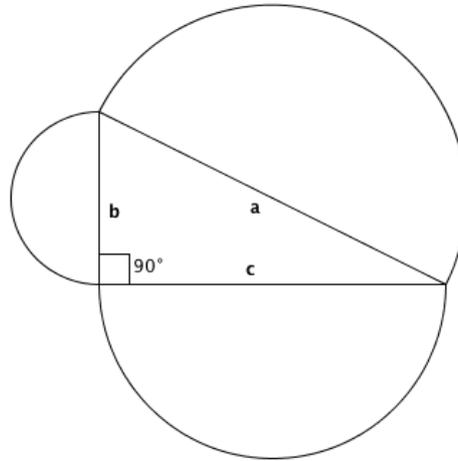
A partir dessa validação, concluímos que os estudantes do 6^o período de licenciatura em matemática, apresentaram apenas um conhecimento superficial sobre o Teorema de Pitágoras não estando aptos a uma generalização do Teorema. Para Davydov (1988), quando o aluno consegue resolver o problema exposto dizemos que ele se apropriou do conhecimento, com isso constatamos que não houve apropriação do conceito em sua totalidade. Tendo em vista isso, esses licenciandos não estão preparados a lecionar tal método aos seus alunos por obter apenas o conhecimento empírico do conteúdo.

3.5 Último encontro com o os licenciandos

Observamos a avaliação negativa no encontro anterior, mediante ao exercício proposto, achamos importante voltar para esclarecer alguns pontos. Através de uma conversa com os alunos observamos que para a demonstração pedida, os alunos seguiram o mesmo modelo apresentado na demonstração da aula anterior. Então mostramos a eles que todos partiram do pressuposto que as áreas são iguais e demonstraram o Teorema de Pitágoras, mas que o correto seria utilizar o Teorema de Pitágoras para demonstrar que a soma das áreas dos semicírculos construídos sobre os catetos é igual a área do semicírculo construído sobre a hipotenusa.

Em seguida iniciamos a demonstração.

Figura 26 – Semicírculo inscrito sobre os lados de um triângulo retângulo



Fonte: elaborado pelo autor, 2017.

Perguntamos aos alunos qual seria fórmula para calcular a área de um círculo e todos responderam: $A = \pi r^2$. E a área de um semicírculo, todos responderam: $S = \frac{1}{2} \pi r^2$.

Consideramos que S_a , S_b e S_c sejam as áreas dos semicírculos cujos diâmetros são os lados de um triângulo retângulo. Perguntamos a eles qual seria o raio da figura inscrita sobre a hipotenusa? E obtivemos a resposta: $R_{S_a} = \frac{a}{2}$ e assim: $R_{S_b} = \frac{b}{2}$ e $R_{S_c} = \frac{c}{2}$.

Perguntamos a turma, mediante as informações que tínhamos qual relação que podemos tirar sobre a hipotenusa? Isto é, qual a área do semicírculo construído sobre a hipotenusa? Um aluno afirmou: $S_a = \frac{1}{2} \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi \cdot a^2}{8}$. Quando o aluno apresentou esta informação, chamamos a atenção de todos para o erro cometido no exercício anterior onde a maioria dos alunos errou na hora de fazer as contas elementares para o resultado final da área do semicírculo.

E sobre os catetos qual a relação que temos, indagamos a eles? $S_b = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{\pi \cdot b^2}{8}$ e $S_c = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{c}{2}\right)^2 = \frac{\pi \cdot c^2}{8}$. Pela relação de Pitágoras temos que: $a^2 = b^2 + c^2$, perguntamos qual relação poderíamos retirar? E obtivemos a resposta: “Professor, seria a mesma ideia das outras que fizemos?”.

Indagamos, qual seria a ideia? Se $a^2 = b^2 + c^2$ então na primeira relação da área do semicírculo nos temos: $S_a = \frac{1}{2} \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi \cdot a^2}{8}$. E como: $a^2 = b^2 + c^2$, então: $S_b + S_c = \frac{\pi \cdot b^2}{8} + \frac{\pi \cdot c^2}{8} = \frac{\pi \cdot (b^2 + c^2)}{8}$, mas $a^2 = b^2 + c^2$, então $S_b + S_c = \frac{\pi \cdot a^2}{8} = S_a$, assim fica provado a relação.

Observando a reação dos alunos, percebemos que eles ficaram um pouco surpresos com a relação do Teorema de Pitágoras para um semicírculo, com isso no final do experimento pedimos para que os alunos fizessem um relato escrito sobre a experiência vivida nesses dias de aula, abaixo apresentaremos três relatos distintos:

Com base nas aulas aplicadas, conteúdos abordados na disciplina, como semicírculo se é válido para o Teorema de Pitágoras citado pelo professor, uma maneira de conseguir mais conhecimentos sobre aquele conteúdo. Hoje na maioria dos professores só citam a fórmula e tem o conhecimento muito pequeno sobre o assunto. Com o Teorema de Pitágoras que é só visto nos livros do ensino médio como a fórmula $a^2 + b^2 = c^2$, mas tem uma história, como chegaram a essa fórmula para conseguir despertar o conhecimento de seus alunos. Isso é muito valioso para a educação. (Aluno A)

A aula que foi exposta pelo professor veio a somar no meu conhecimento, pois, ele trouxe algo que nunca tinha visto em relação ao Teorema de Pitágoras. Ele mostrou que o Teorema não é só válido para área quadrática, mais também para outras figuras geométricas. Mais o que mais me chamou a atenção foi que o Teorema de Pitágoras também sirva para um semicírculo, algo que nunca imaginaria. Essa aula veio a somar no meu conhecimento, para isso eu vou utilizar aulas mais chamativas para os meus alunos, algo novo como ele trouxe. Sair da zona de conforto. A aula dele foi uma aula que instiga o pensamento algo mais além do que já sabemos. (Aluno E).

Durante as aulas, achei uma boa experiência, o professor trouxe novos métodos de trabalho, e demonstrou diferentes formas de ver a matemática e a geometria. A utilização de recursos tecnológicos para ajudar em demonstrações matemática, facilita o entendimento e desenvolve o raciocínio lógico para a construção de conceitos matemáticos. Durante esse período, as contribuições foram significativas para minha formação, para o meu desenvolvimento acadêmico e para a minha formação de conceitos e pensamentos na minha área de formação. (Aluno G).

Observamos que os estudantes do ensino médio possuem grandes obstáculos de aprendizagem que vão se refletir posteriormente nos cursos de graduação. Com isso observamos no decorrer desse experimento, mesmo os alunos serem estudantes do 6º período do curso em licenciatura em Matemática, eles não estão preparados a formação de conceitos ou generalização do objeto estudado devido a baixa formação construída durante o ensino. Estão, pelo contrário, inficionados por uma pedagogia tradicional, no qual o professor apresenta o conhecimento de maneira formulada ou um modelo a seguir, aplicando uma metodologia no qual o aluno está excluído de um trabalho cooperativo. Com isso, observamos que a escola que temos hoje é uma das responsáveis pelo encarceramento do conhecimento de

vida ao engessamento que é trabalhado no ensino de hoje, deixando de lado a principal essência da escola que se encarrega à formação científica do sujeito.

Observamos que por ser um conteúdo já visto por todos os alunos de forma elementar e sintetizada, e por ser apresentado em um contexto mais complexo do que o habitual, encontramos algumas dificuldades por envolver grau maior de amadurecimento matemático na qual os alunos não apresentaram de forma imediata. Então durante a aplicação do experimento foram necessárias algumas intervenções com a finalidade de esclarecer algumas lacunas exteriorizadas por eles, com isso fazendo com que o experimento ocorresse conforme delineamos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a aplicação do experimento didático formativo tivemos alguns contratemplos para que ocorresse conforme planejamos, o *software* GeoGebra não estava instalado nos computadores que seria utilizado pelos alunos no laboratório de informática disponibilizado pela universidade, tendo que utilizar uma versão *online* na qual seu idioma era inglês dificultando o manuseio de alguns alunos. Durante o experimento didático formativo tivemos ausências de diversos alunos prejudicando a compreensão dos mesmos e prejudicando o andamento do experimento. Fizemos uma programação de aulas para aplicação do experimento visando os feriados que ocorreriam nesse mesmo período, no dia escolhido para a aplicação do último momento tivemos o evento em Goiânia nomeado como “Dia da greve geral”, com esse movimento alguns ônibus paralisaram e apenas 3 (três) alunos compareceram a aula para a aplicação do experimento, nessa etapa final era de grande importância a presença do maior quantitativo de aluno possível, com isso houve a necessidade de cancelar a aula e remarcar para um próximo encontro.

A atuação dos alunos participantes na atividade mesmo com as dificuldades apresentadas sobre o conteúdo matemático, foi de grande importância para a pesquisa, apesar de todos os alunos matriculados não participaram de todas as etapas do experimento didático formativo, esta pequena parte se dispôs a realização do experimento, demonstrando interesse no assunto abordado e disposto a colaborar com as aulas. Analisando os dados coletados, comprovamos o que dizem as pesquisas sobre o ensino da matemática nas escolas públicas. Com a atividade proposta observamos que uma grande parte dos alunos dimanaram de escolas públicas e mesmo cursando o 6^o período do curso de licenciatura, algumas questões relacionadas à matemática elementar demonstraram uma incompreensão sobre o conteúdo.

Observamos também que os alunos não estão preparados para formalização e generalização devido ao seu contexto histórico percorrido no ensino médio, na qual esses alunos estão habituados a uma pedagogia tradicional vinda de seu histórico escolar que durante a aplicação do experimento observamos que foram treinados a seguir modelos. Notamos que devido ao conhecimento matemático dos licenciando em matemática não ser satisfatório, o experimento didático formativo, por ter um pré-requisito em conhecimentos que envolve cálculo de áreas, figuras regulares e não regulares, no nosso caso, o semicírculo e pelo fator tempo não contribuir para um preparo aprofundado sobre tal conteúdo e diversos outros conceitos, alunos apresentaram dificuldades em se apropriarem das ideias fundamentais da generalização do Teorema de Pitágoras.

Em artigo publicado em 1981, SAVIANI descreveu com muita propriedade certas confusões que se emaranham na cabeça de professores. Após caracterizar a pedagogia tradicional e a pedagogia nova, indica o aparecimento, mais recente, da tendência tecnicista e das teorias crítico-reprodutivistas, todas incidindo sobre o professor. Ele escreve: "Os professores têm na cabeça o movimento e os princípios da escola nova. A realidade, porém, não oferece aos professores condições para instaurar a escola nova, porque a realidade em que atuam é tradicional. (LIBÂNEO, 1989, p. 20).

Por meio da mediação realizada durante a aplicação do experimento didático formativo, observamos que os alunos mesmo com seus obstáculos apresentado pelo contexto histórico, avançaram em parte no conhecimento científico referente ao conteúdo abordado, mas permaneceram no estágio do conhecimento empírico, pois não conseguiram acessar o aspecto nuclear do Teorema de Pitágoras. Efetuar atividades que leve ao aluno a uma busca pelo conhecimento colaborou para o ensino do conteúdo. Para Davydov (1988), quando o aluno internaliza o conceito, compreendendo o núcleo do objeto, ele é capaz de solucionar problemas utilizando o conceito adquirido como meio de ação no contexto científico e social. Percebemos que este fundamento não foi alcançado e justificamos que existe um abismo entre a escola pública e a escola ideal, uma vez que a maioria desses alunos são oriundos das escolas públicas.

Segundo Libâneo e Freitas (2006, p. 3), o sujeito não reage mecanicamente as motivações do meio, ao contrário, pela sua atividade, põe-se em contato com os objetos e fenômenos do mundo circundante, atua sobre eles e transfoma-os, transformando também a si mesmo.

A teoria do Ensino Desenvolvimental articulada com o *software* GeoGebra, levou os alunos participantes da pesquisa a compreender melhor os conceitos do tema apresentado fazendo com que entendessem também todo o contexto passando pela história do objeto, as demonstrações visuais apresentadas até chegar à sua generalização. Durante a apresentação e aplicação da proposta, identificamos várias contribuições positivas tais como um avanço no processo de ensino-aprendizagem de modo que alguns alunos sentissem motivados a aprender e a participar das atividades oferecidas. A mediação feita pelo regente conduziu os alunos as atividades, fazendo com que os alunos participantes estivessem engajados durante o processo da aplicação do experimento, ajudando-o na tentativa de formalização de conceitos científicos.

A metodologia utilizada em conjunto com a teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov, investigação Matemática e o *software* GeoGebra como ferramenta de ensino-

aprendizagem possibilitou encontrar resultados positivos no qual possibilitou inúmeros benefícios no momento da aplicação do experimento didático formativo. Durante a pesquisa tivemos 12 alunos matriculados na disciplina de Geometria Euclidiana no qual apresentamos o experimento, ao decorrer das aulas nem todos compareciam assiduamente às aulas. Mas um grupo pequeno sempre estava presente e demonstrou muito interesse na pesquisa e nas aulas ministradas.

Baseado nas análises feitas durante o processo de aplicação das atividades de estudo, notamos que os alunos não estão capacitados a uma construção de conhecimentos e generalização do conteúdo proposto, mas com a ajuda e mediação do pesquisador os alunos tinham a capacidade de avançar em seus conhecimentos. Um dos pontos-chaves para essa observação foi a última aplicação de atividade onde o mentor não interviu na resolução dos exercícios, e os licenciandos ao resolver, utilizaram como exemplo uma demonstração que não era adequada. Vendo isso, achamos de grande importância fazer outro encontro e comprovamos tal hipótese. No momento da explicação comprovamos que os alunos não tinham entendido o conceito da generalização. Vendo isso, apresentamos novamente a proposta fazendo com que os alunos chegassem a uma conclusão, que os conduzissem a construção do conhecimento científico.

A teoria do Ensino Desenvolvimental proporciona inúmeras alternativas aos professores educadores, sendo capaz de utilizá-la em qualquer campo do conhecimento. Com isso observamos a importância de levar o aluno a um conceito mais aprofundado do conteúdo, apresentando aos futuros professores uma gama de maneiras diferentes de se estruturar a sua aula de acordo com o conteúdo abordado, levando os sujeitos a um desejo de aprender e a uma busca de conhecimento científico.

Por fim, indicamos a necessidade de realização de novos estudos com a finalidade de melhorar os processos utilizados na pesquisa e, que isso, pode ser realizado em todos os campos do ensino-aprendizagem da matemática elementar.

REFERÊNCIAS

ALVES, A. M. **O método materialista histórico dialético**: alguns apontamentos sobre a subjetividade. *Revista de Psicologia da UNESP*, v. 9 v. 1), 1-13

AQUINO, O. F. L. V. Zankov: aproximações à sua vida e obra. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. **Ensino desenvolvimental**: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Uberlândia, MG: Edufu, 2013. p. 233-262.

BESSA, M. L. **Aprendizagem de geometria no curso de pedagogia**: um experimento de ensino sobre a formação dos conceitos de perímetro e áreas baseado na teoria de V. V. Davydov. 2001. 259 f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2015. Disponível em: <<http://tede2.pucgoias.edu.br:8080/handle/tede/731>>. Acesso em: 23 ago. 2017.

CHAIKLIN, S. A zona de desenvolvimento próximo na análise de Vigotski sobre aprendizagem e ensino. Tradução Juliana Campregher Pasqualini. **Psicologia em Estudo**, Maringá, PR, v. 16, n. 4, p. 659-675, out.-dez. 2011.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em ciências humanas e sociais**. São Paulo: Cortez, 2003.

DAVÍDOV, V. V. Analisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro proximo. In: SHUARE, Marta. **La Psicología evolutiva y pedagogía en la URSS**. Moscou: Editorial Progreso, 1987. (Antología). p. 143-154.

DAVIDOV, V.; MÁRKOVA, A. La concepción de la actividad de estudio de los escolares. In: DAVYDOV, V. SHUARE, M. **La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS**. Moscou: Editorial Progreso, 1987. (Antología). p. 316-336.

DAVYDOV, V. V. **Problema do ensino desenvolvimental**: a experiência da pesquisa teórica e experimental na psicologia. Tradução José Carlos Libâneo e Raquel A. M. da Madeira Freitas. Moscou: Editorial Progreso, 1988.

ENGESTRÖM, Y. Activity theory and individual and social transformation. In: ENGESTRÖM et al. (Ed.). **Perspectives on activity theory**: learning in doing: social, cognitive & computational perspectives. New York, US: Cambridge University Press, 1999. p. 19-39.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 1995.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. (Coleção Formação de Professores).

FREIRE, P. **A educação na cidade**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1991.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 35. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

_____. **Educação como prática da liberdade**. 23. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1999.

_____. **Pedagogia do oprimido**. 41. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

FREITAS, R. A. M. M.; ROSA, S. V. L. Ensino desenvolvimental: contribuições à superação do dilema da didática. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 40, n. 2, p. 613-627, abr.-jun. 2015.

FREITAS, R. A. M. M. Ensino por problemas: uma abordagem para o desenvolvimento do aluno. **Educação e Pesquisa**, v. 38, n. 2, p. 403-418. 8 dez. 2012. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1517-97022012000200009>. Acesso em: 8 ago. 2016.

FREITAS, R. A. M. M.; LIMONTA, S. V. A educação científica da criança: contribuições da teoria do ensino desenvolvimental. **Linhas Críticas**, Brasília, v. 18, n. 35, p. 69-86, jan.-abr. 2012.

GAMBOA, S. S. **Projetos de pesquisa, fundamentos lógicos**: a dialética entre perguntas e respostas. Chapecó, SC: Argos, 2013.

IMP – Instituto Paulo Montenegro. **Inaf Brasil 2011**: principais resultados. 2012. Disponível em: <<http://ipm.org.br/relatorios>>. Acesso em: 28 out. 2016.

IVIC, I. (Org.). **Lev Semionovich Vygotsky**. Tradução José Eustáquio Romão. Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010. (Coleção Educadores). Disponível em: <<http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me4685.pdf>>. Acesso em: 4 dez. 2016.

KUENZER, A. Z. Sob a reestruturação produtiva, enfermeiros, professores e montadores de automóveis se encontram no sofrimento do trabalho. **Trabalho, Educação e Saúde**, Rio de Janeiro, v. 2, n. 1, p. 107-119, mar. 2004.

LIBÂNEO, J. C. **Adeus professor, adeus professora?** Novas exigências educacionais e profissão docente. 4.ed. São Paulo: Cortez, 2000.

LIBÂNEO, J. C. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a teoria histórico-cultural da atividade e a contribuição de Vasili Davydov. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 27, 2004.

LIBÂNEO, J. C. **Democratização da escola pública**: a pedagogia crítica-social dos conteúdos. 8. ed. São Paulo: Loyola, 1989.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.

LIBÂNEO J. C. **Método dialético ou o método da ascensão do abstrato ao concreto**. Apontamentos para aula. 2006. Disponível em:

<<http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:M447su5AMEwJ:professor.pucgoias.edu.br/SiteDocente/admin/arquivosUpload/5146/material/M%25C3%25A9todo%2520dial%25C3%25A9tico%2520->

%2520No%25C3%25A7%25C3%25B5es%2520basicas.doc+&cd=1&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br>. Acesso em: 28 dez. 2016.

LIBÂNEO, J. C. **Conteúdos, formação de competências cognitivas e ensino com pesquisa: unindo ensino e modos de investigação.** São Paulo: USP, 2009. (Cadernos Pedagogia Universitária, 11.

LIBÂNEO, J. C. Didática e trabalho docente: a mediação didática do professor nas aulas. In: LIBÂNEO, J. C., SUANNO, M. V. R.; LIMONTA, S. V. (Org.). **Concepções e práticas de ensino num mundo em mudança: diferentes olhares para a didática.** Goiânia: Ceped/Editora da PUC Goiás, n. 1 p. 85-100, 2011.

LIBÂNEO, J. C.; FREITAS, R. A. M. M. Vasily Vasilyevich Davydov: a escola e a formação do pensamento teórico- científico. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. (Org.). **Ensino desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos.** Edufu: Uberlândia, 2013.

LINGNET UFRJ – Teoria da Relatividade. **Engeström.** 2014. Disponível em: <<http://lingnet.pro.br/teoriadaatividade/glossary/engestrom/>>. Acesso em: 18 set. 2017.

MARQUES, L. P.; OLIVEIRA, S. P. P. Paulo Freire e Vygotsky: reflexões sobre a educação. In: COLÓQUIO INTERNACIONAL PAULO FREIRE, 5. Recife: 2005. **Anais...** Disponível em: <http://www.paulofreire.org.br/pdf/comunicacoes_orais/PAULO%20FREIRE%20E%20VYGOTSKY-%20REFLEX%C3%95ES%20SOBRE%20A%20EDUCA%C3%87%83O.pdf>. Acesso em: 29 ago. 2017.

MORAN, J. M., MASSETTO, M. T., BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediações pedagógicas.** Campinas, SP: Papirus, 2012.

PERES T. F. C.; FREITAS R. A. M. M. Matemática no ensino médio: ensino para a formação de conceitos e desenvolvimento dos alunos. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, PR, v. 8, n. 1, p. 173-196, jan.-jun. 2013. Disponível em: <<http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/viewArticle/5375>>. Acesso em: 28 ago. 2014

PERES, T. C.; FREITAS, R. A. M. M. Ensino desenvolvimental: uma alternativa para a Educação Matemática. **POIÉS**, Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação DA Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, SC, v. especial, p. 10-28, jan.-jun. 2014. Disponível em: <<http://www.portaldeperiodicos.unisul.br/index.php/Poiesis/index>>. Acesso em: 28 out. 2016.

REGO, T. C. **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação.** Petrópolis, RJ: Vozes, 1995.

REZENDE. S. R. A. **Ensino desenvolvimental e investigação matemática com o GeoGebra: uma intervenção pedagógica sobre o Teorema de Tales.** 188 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia. 2016. Disponível em: <<http://tede2.pucgoias.edu.br:8080/handle/tede/3536>>. Acesso em: 28 ago. 2017.

SALDAÑA, P. Quase 50% dos professores não tem formação na matéria que ensinam. **G1**, São Paulo, 23 jan. 2017. Seção Educação. Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/educacao/2017/01/1852259-quase-50-dos-professores-nao-tem-formacao-na-materia-que-ensinam.shtml>>. Acesso em: 15 jun. 2017.

SOUZA, S. A. **Ensino do conceito de função por meio de problemas**: contribuições de Davydov e de Majmutov. 148 f. 2015. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia. 2015. Disponível em: <<http://tede2.pucgoias.edu.br:8080/handle/tede/729>>. Acesso em: 28 ago. 2017.

TODOS PELA EDUCAÇÃO. **Anuário brasileiro da educação básica**. São Paulo: Editora Moderna, 2017. Disponível em: <https://www.todospelaeducacao.org.br//arquivos/biblioteca/anuario_brasileiro_da_educacao_basica_2017_com_marcadores.pdf>. Acesso em 28 ago. 2017.

TRIVIÑOS, A. N. F. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. 1. ed. 22. reimp. São Paulo: Atlas, 2013.

VAZ, D. A. F. Experimentando, conjecturando, formalizando e generalizando: articulando investigação matemática com o GeoGebra. **Revista Educativa**, Goiânia, v. 15, n. 1, p. 39-51, jan.-jun. 2012.

VAZ, D. A. F.; JESUS, P. C. C. Uma sequência didática para o ensino da matemática com o *software* GeoGebra. **Revista Estudos**, Goiânia, v. 41, n. 1, p. 59-75, jan.-mar. 2014.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 4. ed. Tradução José Cipolla Neto et al. São Paulo: Martins Fontes, 1991. Disponível em: <<http://www.egov.ufsc.br/portal/sites/default/files/vygotsky-a-formac3a7c3a3o-social-da-mente.pdf>>. Acesso em: 4 dez. 2016.

_____. **Pensamento e linguagem**. Tradução Jeferson Luiz Camargo e et al. São Paulo: Martins Fontes, 1993. Disponível em: <<http://www.ebooksbrasil.org/adobeebook/vigo.pdf>>. Acesso em: 4 dez. 2016

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Autorização de uso de dados

Eu, abaixo assinado e identificado, autorizo o uso de dados coletados em pesquisa, a fim de compô-la. E que estes sejam destinados à divulgação ao público em geral e/ou para formação de acervo acadêmico. Não autorizo a utilização: imagem, som de voz, nome ou qualquer tipo de identificação.

A presente autorização abrange os usos acima indicados tanto em mídia impressa (livros, catálogos, revista, jornal, entre outros), como Internet, Banco de Dados Informatizado *Multimídia*, suportes de computação gráfica em geral e/ou divulgação científica de pesquisas e relatórios para arquivamento e formação de acervo do Instituto Federal de Goiás – IFG, unidade Jataí-Go ou terceiros por esses expressamente autorizados, que poderão utilizá-los em todo e qualquer projeto e/ou obra, em todo território nacional e no exterior.

Por esta ser a expressão da minha vontade declaro que autorizo o uso acima descrito sem que nada haja a ser reclamado a título de direitos conexos e assino a presente autorização.

Goiânia, ____ de _____ de 2017.

Assinatura

APÊNDICE B – Questionário para os participantes da pesquisa

1 – Qual o número de pessoas que reside em sua casa?

2 – A sua moradia encaixa em qual das opções abaixo?

- Própria
- Alugada
- Cedida
- Financiada

3 – Qual sua profissão atual?

4 – Qual a profissão atual dos responsáveis? (Para menores de 18 anos)

5 – Qual estado civil dos pais?

- casados
- solteiros
- divorciados
- juntados

6 – Qual seu estado civil?

- casados
- solteiros
- divorciados
- juntados

7 – Qual a profissão atual do cônjuge?

8 – Qual é o grau de Instrução?

Da mãe () ou outro responsável ():

- Não alfabetizado
- Lê e escreve, mas nunca esteve na escola
- Fundamental incompleto
- Fundamental completo
- Médio incompleto
- Médio completo
- Superior incompleto
- Superior completo

- Pós-graduação incompleta
- Pós graduação completa

9 – Do pai () ou outro responsável ()?

- Não alfabetizado
- Lê e escreve, mas nunca esteve na escola
- Fundamental incompleto
- Fundamental completo
- Médio incompleto
- Médio completo
- Superior incompleto
- Superior completo
- Pós-graduação incompleta
- Pós graduação completa

10 – Do cônjuge?

- Não alfabetizado
- Lê e escreve, mas nunca esteve na escola
- Fundamental incompleto
- Fundamental completo
- Médio incompleto
- Médio completo
- Superior incompleto
- Superior completo
- Pós-graduação incompleta
- Pós graduação completa

11 – Há aposentados em sua residência?

- Sim, quantos? _____
- Não

12 – Qual é a sua renda familiar?

- Até um salário
- Mais de um salário até 2 salários
- Mais de 2 salários até 3 salários
- Mais de 3 salários até 6 salários
- Mais de 6 salários

13 – Possui computador (*notebook, tablet* etc.) em sua residência?

- Sim, com acesso à internet
- Sim, sem acesso à internet
- Não

14 - Qual o local que você utiliza o computador (*notebook, tablet, etc*) com frequência?

- Em casa
- Lan House*
- Casa de amigos
- Na faculdade
- Trabalho
- Não utilizo

15 – Para que finalidade você utiliza o computador (*notebook, tablet, etc*)? (pode marcar mais de uma alternativa)

- Jogos
- Estudos
- Facebook* (outras redes sociais)
- Notícias
- Outro _____

16 - Quantas horas diárias você utiliza o computador (*notebook, tablete etc.*)?

- Até 1 hora
- Mais de 1 hora até 3 horas
- Mais de 3 horas até 5 horas
- Mais de 5 horas

17 – Você já utilizou o computador (*notebook, tablet etc.*) para estudar matemática?

- Não
 - Sim, qual programa utilizou?
-

18 – Para você, qual a importância da utilização do computador (*notebook, tablet etc.*) para estudar matemática?

17 – Você já utilizou o Laboratório de Informática da Universidade na aula de Matemática?

- Não
- Sim

Qual programa foi utilizado?

18 – Quantas horas por dia você disponibiliza para estudar matemática fora da universidade?

- até 1 hora
- mais de 1 hora até 2 horas
- mais de 2 horas até 3 horas

mais de 3 horas

19- Por que escolheu o curso de licenciatura em matemática?

20 – Onde você cursou o seu ensino médio?

Escola Pública

Escola Particular

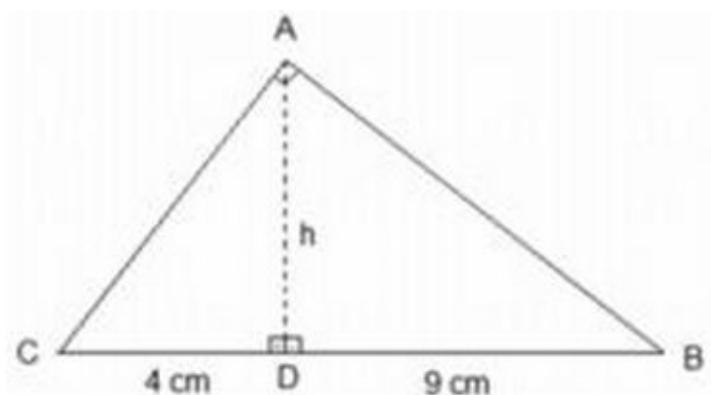
Escola Pública Programa Educação de Jovens e Adultos - EJA

Escola Particular Programa Educação de Jovens e Adultos – EJA

21 – Qual turno você cursou seu ensino médio?

APÊNDICE C – Avaliação diagnóstica

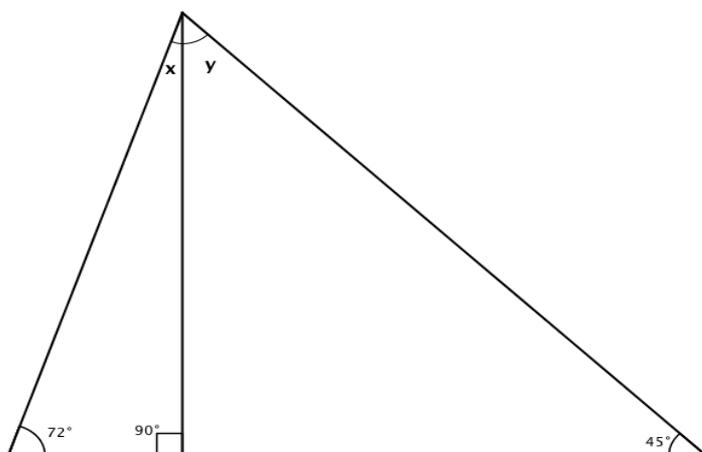
1 – A figura abaixo (meramente ilustrativa e fora de escala) representa um triângulo ABC retângulo em A, dividido em dois triângulos, ACD e ABD, ambos retângulos em D.



O valor, em cm, de $AD = h$, é:

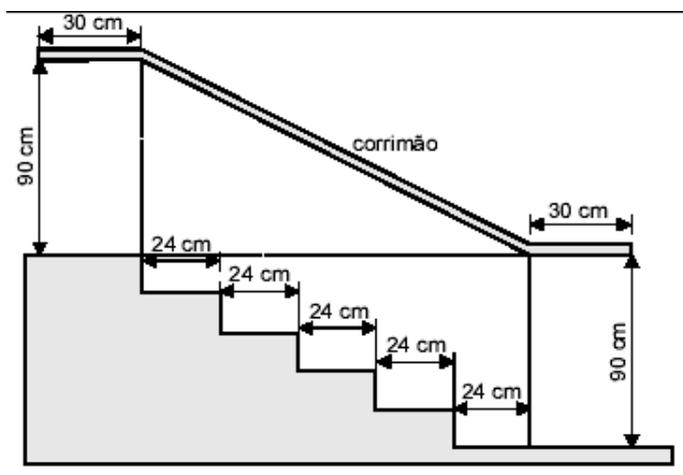
- a) 6 cm
- b) 7,2 cm
- c) 8 cm
- d) 8,4 cm
- e) 9 cm

2 – Determine o valor de x e y :



3 – Calcule a área de um trapézio que possui 20 centímetros de altura e bases de 40 e 30 centímetros, respectivamente.

4 – Na figura abaixo, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura.



O comprimento total do corrimão é igual a:

- a) 1,8m
- b) 1,9m
- c) 2,0m
- d) 2,1m
- e) 2,2m

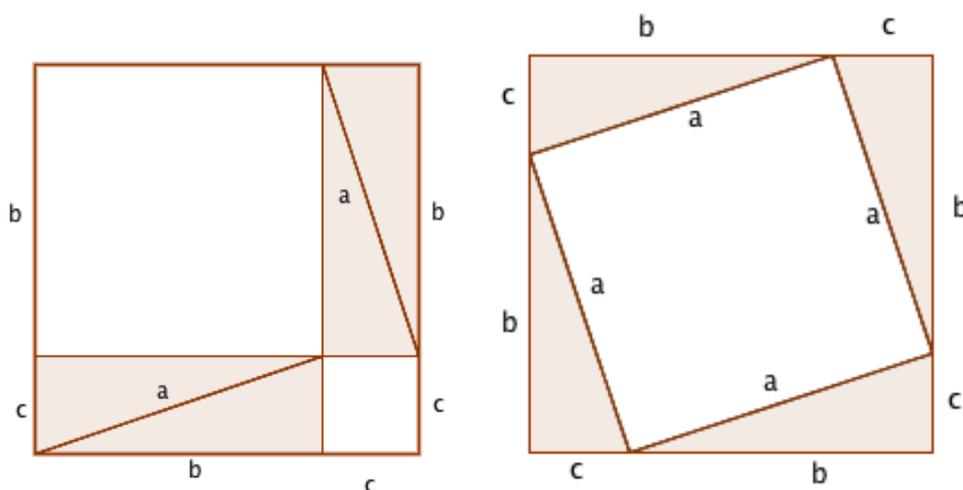
APÊNDICE D – Exercício individual

- 1) Vimos que o Teorema de Pitágoras é válido para qualquer polígono regular. Validada essa relação, podemos afirmar que o Teorema de Pitágoras também é válido para a área de um semicírculo escrito sobre os lados de um triângulo retângulo? Prove matematicamente.

APÊNDICE E – Demonstração do Teorema de Pitágoras

A hábito é atribuir a Pitágoras a descoberta autônoma do teorema sobre o triângulo retângulo no qual é conhecido como Teorema de Pitágoras que diz o seguinte: “o quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados sobre os catetos”. Antes mesmo dessa descoberta de Pitágoras, tal teorema já era conhecido a mais de um milênio antes pelos babilônios dos tempos de Hamuradi. Mas segundo relatos, Pitágoras foi o primeiro a dar sua demonstração geral. Segundo Eves (2004, p. 103, grifo nosso), “muitas conjunturas têm sido feitas quando à demonstração que Pitágoras poderia ser dado, mas ao que parece foi uma demonstração por decomposição como a que demonstraremos a seguir”.

Figura 1 – Figura da primeira demonstração do Teorema de Pitágoras



Fonte: elaborado pelo autor, 2017.

Tomamos por c , b e a os catetos e a hipotenusa do triângulo retângulo, e adotamos os dois quadrados da figura 3, cada um com os lados iguais a $c + b$. Observamos que o primeiro quadrado foi decomposto em seis partes, sendo os dois quadrados sobre os catetos e quatro triângulos retângulos congruentes aos respectivos triângulos. Temos que no segundo quadrado uma decomposição em cinco partes, no qual temos o quadrado sobre a hipotenusa e quatro triângulos retângulos congruentes ao respectivo triângulo. Subtraindo os triângulos, temos que o quadrado sobre a hipotenusa é igual à soma dos quadrados sobre os catetos. Acredita-se que esta foi a demonstração por decomposição elaborada pelos pitagóricos.

Demonstração:

$$(b + c)^2 = 4 \cdot \frac{bc}{2} + a^2 \quad (I)$$

Observamos na figura a direita o seguinte:

$$(b + c)^2 = 4 \cdot \frac{bc}{2} + b^2 + c^2 \quad (II)$$

Igualando (I) e (II), chegamos a seguinte conclusão:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

APÊNDICE F – Produto educacional

O produto desenvolvido foi um *site* destinado aos professores que se interesse pela pesquisa desenvolvida a fim de utiliza-lá como estímulo para seu trabalho na formação de conceitos, realizamos atividades utilizando o *software* GeoGebra articulado com a teoria do ensino desenvolvimental. O site é acessado pelo link eletrônico “<https://rafaelsousamat.wixsite.com/geomat>”, onde os internautas poderão encontrar as informação relacionada a pesquisa, atividades desenvolvidas com os alunos durante a pesquisa utilizando o *software* GeoGebra, artigos relacionado a teoria do ensino desenvolvimental, fundamentação teórica com a reflexão mostrando a importância da investigação matemática com o uso do *software* GeoGebra e o link onde levará o internauta ao site oficial do *software*.

O menu do site divide-se da seguinte forma:

Figura 1 – Menu inicial do site



Fonte: Sousa, 2017.⁷

No menu “SOBRE” se encontra um breve resumo sobre o projeto de pesquisa realizado, a metodologia abordada, referencial teórico, o local da aplicação do experimento didático formativo.

⁷ Disponível em: <<https://rafaelsousamat.wixsite.com/geomatm>>. Acesso em: 28 nov. 2017.

Figura 2 – Menu SOBRE do *site*

INÍCIO	SOBRE	INTRODUÇÃO	GEOGEBRA	ARTIGOS	EXERCÍCIOS	VIDEOS
--------	-------	------------	----------	---------	------------	--------

SOBRE:

Este projeto de pesquisa decorre do problema: Quais as potencialidades de investigação matemática com o uso do software Geogebra fundamentada na teoria do ensino desenvolvimental de Davydov nos processos de ensino-aprendizagem na Geometria Euclidiana em cursos de Licenciatura em matemática? Apoiando nos estudos de Davydov propomos buscar alternativas metodológicas para o ensino aprendido da Matemática. A pesquisa, de abordagem qualitativa, se seguirá pelo método crítico-dialético, nos termos de Gambaio (2013). Os sujeitos da pesquisa serão alunos do 1º ano do curso de Licenciatura em matemática da Pontifícia Universidade Católica de Goiás PUC-GO. A pesquisa se fundamenta na teoria do ensino desenvolvimental e é baseada nos seguintes autores: Vygotsky (2008), Davydov (1988), Libâneo (2004, 2012) e Freitas (2012). Faremos também investigações nas quais as coletas de dados



Fonte: Sousa, 2017.⁸

Na INTRODUÇÃO abordamos o interesse na escolha do tema. Levantamos alguns dados sobre o assunto abordado, expomos a formulação do problema de pesquisa juntamente com os objetivos específicos, referencial teórico e metodologia.

Figura 3 – Menu INTRODUÇÃO do *site*

INÍCIO	SOBRE	INTRODUÇÃO	GEOGEBRA	ARTIGOS	EXERCÍCIOS	VIDEOS
--------	-------	------------	----------	---------	------------	--------

O meu interesse pelo tema desta pesquisa tem origem em minha experiência de estudante desde antes da graduação. Sou licenciado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Goiás PUC-GO, estudei em escola pública durante o ensino básico e médio e, devido à baixa qualidade do ensino dessas escolas, meu nível de conhecimento matemático para a graduação não era o suficiente para acompanhar o raciocínio dos professores. Desse modo, encontrei inúmeras dificuldades em acompanhar as aulas oferecidas no primeiro período da graduação.

Atualmente a realidade dos estudantes não é tão diferente da minha, o perfil dos alunos que ingressam nos cursos técnicos ou superiores não tem mudado nos últimos anos. Resultados das avaliações externas (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica Ideb, Enem, Programa Internacional de Avaliação de Alunos PISA) indicam que a Matemática no Brasil tem sido considerada uma das disciplinas curriculares mais temidas pela maioria dos alunos do Ensino Fundamental, do Ensino Médio e também do Ensino Superior. Observando particularmente o Ensino Superior, público ou privado, a dificuldade de aprendizagem apresentada por muitos estudantes de graduação de cursos que envolvem a Matemática é cada vez mais crescente, o que pode ser resultado de um déficit na formação inicial do aluno.



Fonte: Sousa, 2017.⁹

⁸ Disponível em: <<https://rafaelsousamat.wixsite.com/geomat>>. Acesso em 28 nov. 2017.

⁹ Disponível em: <<https://rafaelsousamat.wixsite.com/geomat>>. Acesso em 28 nov. 2017.

Em GEOGEBRA apresentamos uma breve história do *software* GeoGebra, e deixando disponível ao final da página um link onde levará os internautas ao site oficial do software para download gratuito.

Figura 4 – Menu GEOGEBRA do *site*



Fonte: Sousa, 2017.

Figura 5 – Menu Download do *software* GeoGebra



Fonte: Sousa, 2017.¹⁰

ARTIGOS, nessa página disponibilizamos 9 (nove) artigos relacionado sobre a teoria do ensino desenvolvimental de Davydov trazendo os principais pesquisadores sobre o tema, investigação matemática com o *software* GeoGebra e o manual do *software* GeoGebra.

¹⁰ Disponível em: <<https://rafaelsousamat.wixsite.com/geomat>>. Acesso em 28 nov. 2017.

Figura 6 – Menu ARTIGO do *site*

Fonte: Sousa, 2017.¹¹

EXERCÍCIOS: destinamos esse espaço para disponibilizar os exercícios aplicado em sala de aula juntamente com o passo a passo da generalização do Teorema de Pitágoras para polígonos regulares de n lados.

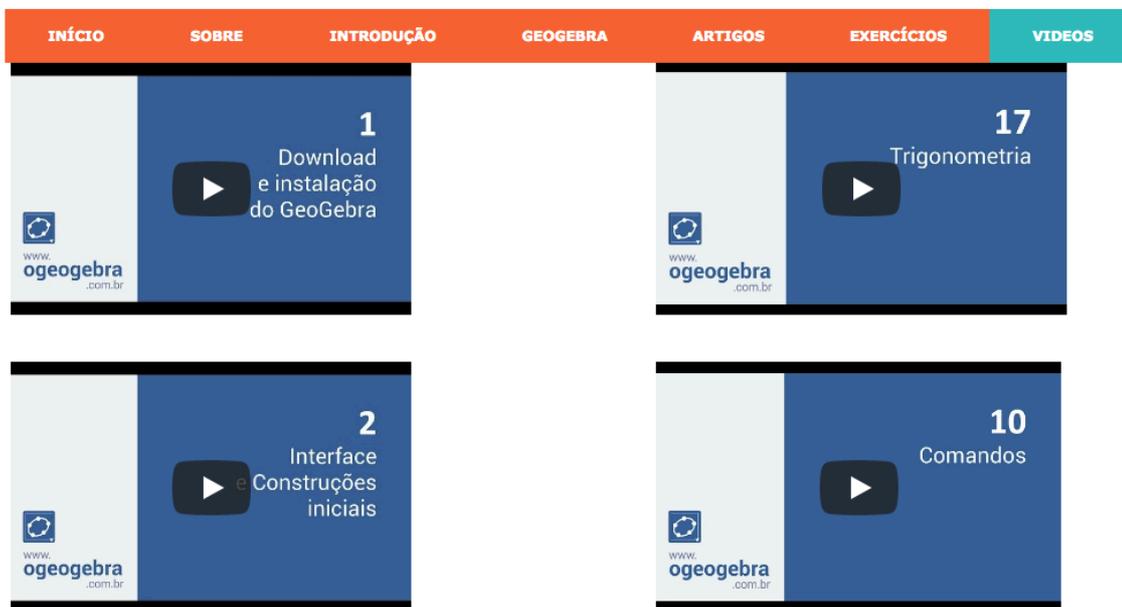
Figura 7 – Menu ARTIGO do *site*

Fonte: Sousa, 2017.¹²

A última página, VÍDEOS, destinamos para vídeos explicativos sobre o *software* GeoGebra, onde o internauta explicações sobre as ferramentas do *software*, dicas como instalar o *software* e comandos para um melhor manuseio do programa.

¹¹ Disponível em: <<https://rafaelsousamat.wixsite.com/geomat>>. Acesso em 28 nov. 2017.

¹² Disponível em: <<https://rafaelsousamat.wixsite.com/geomat>>. Acesso em 28 nov. 2017.

Figura 8 – Menu ARTIGO do *site*

Fonte: Sousa, 2017.¹³

Através do site desenvolvido acreditamos que o conteúdo disponível poderá auxiliar os professores interessados em desenvolver tais atividades com a finalidade de potencializar a investigação matemática com o uso do software GeoGebra fundamentada na teoria do ensino desenvolvimental em sala de aula a fim de trabalhar a formação de conceitos matemáticos com os alunos.

¹³ Disponível em: <<https://rafaelsousamat.wixsite.com/geomat>>. Acesso em 28 nov. 2017.